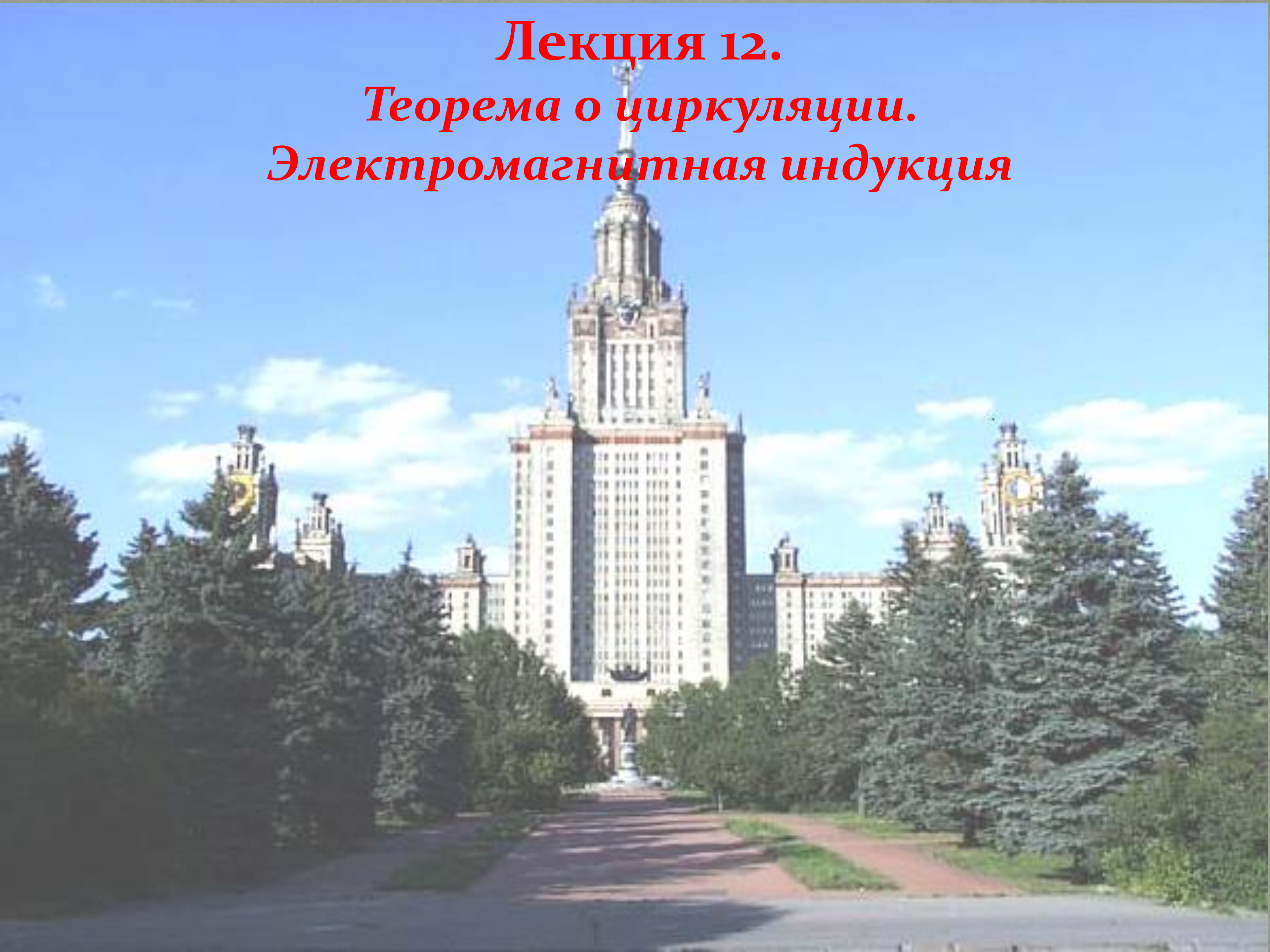
Лекция 12.

Теорема о циркуляции.
Электромагнитная индукция

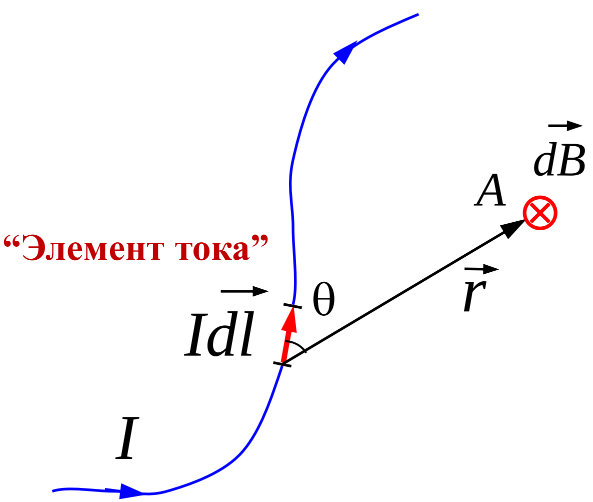


14.3. Принцип суперпозиции для магнитного поля

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots$$

Поля от разных источников складываются!

14.4. Закон Био – Савара - Лапласа

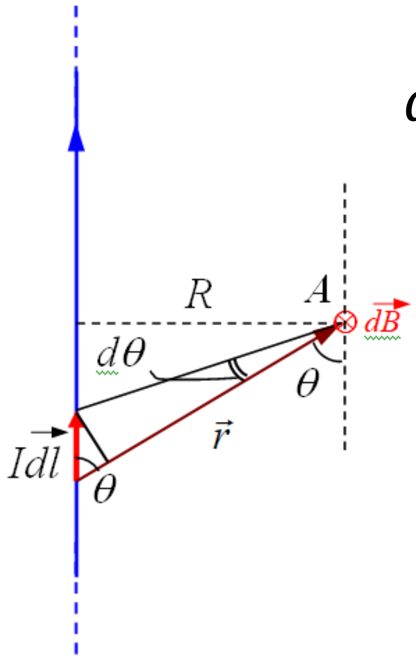


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}\,, \vec{r}\,]}{r^3}$$

Модуль: $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

Пример 1. Найти индукцию магнитного поля прямолинейного длинного проводника с током

(* Задача 10.1.)



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}$$

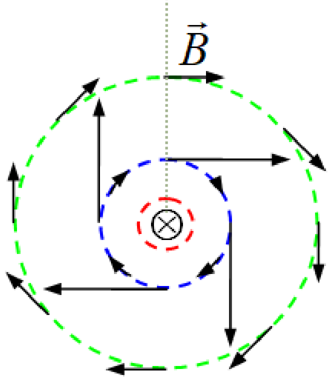
$$r = \frac{R}{\sin\theta}, \qquad dl = \frac{r d\theta}{\sin\theta} = \frac{R d\theta}{\sin^2\theta}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin\theta}{R} d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (-\cos\theta)\Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Магнитное поле прямолинейного проводника



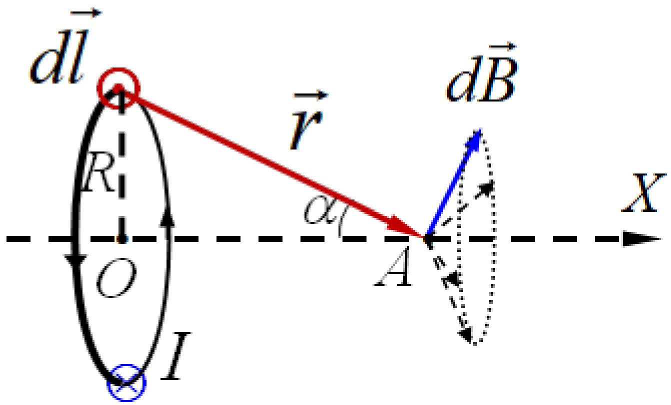
14.5. Линии магнитной индукции

1) ***Линии индукции магнитного поля всегда замкнуты – такие поля называют «вихревыми»*** ; $\Rightarrow$ $\oint_{\Sigma} (\vec{B}, d\vec{S}) = 0$

2) ***не пересекаются;***

3) ***Густота пропорциональна модулю вектора*** $\vec{B}$.

... *ещё* Пример 2**:** Найти индукцию магнитного поля на оси кольцевого витка с током **(Задача 10.3)**



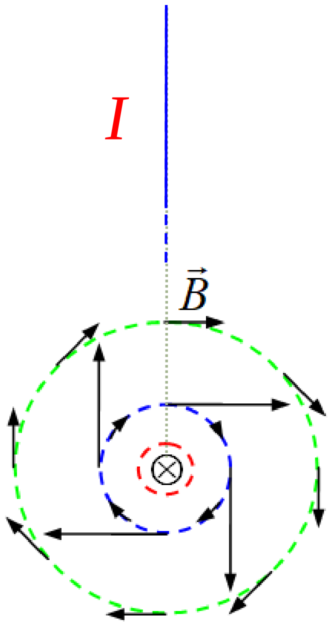
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

θ = ... ?

$$B = \sum dB_x = \sum (dB \cdot \sin\alpha)$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\vec{p}_m}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad \rightarrow \quad \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\vec{p}_m}{x^3}$$



14.5. Линии магнитной индукции

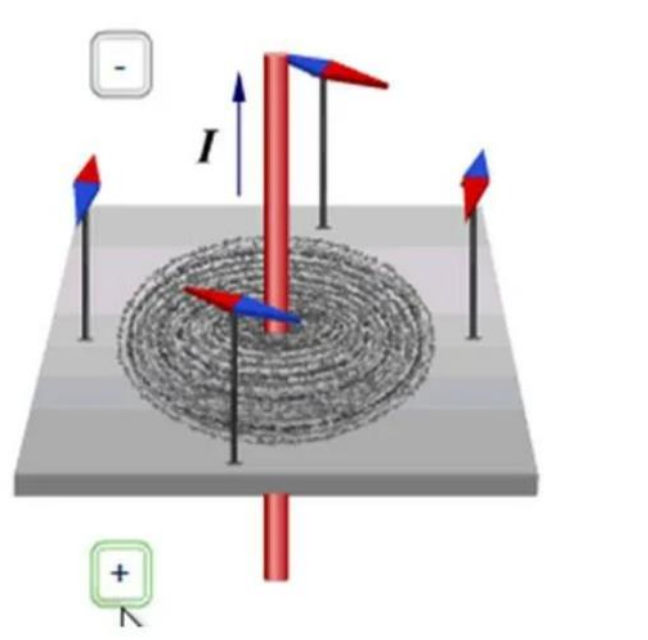
1) Линии индукции магнитного поля всегда замкнуты – такие поля называют «вихревыми» ;

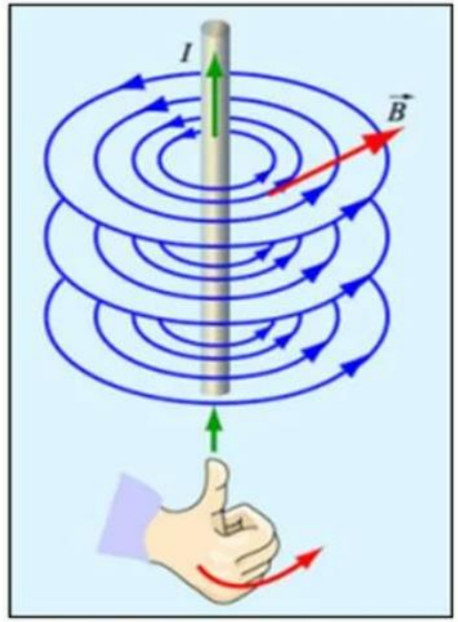
$\Rightarrow$ $\oint_{\Sigma}(\vec{B}, d\vec{S}) = 0$

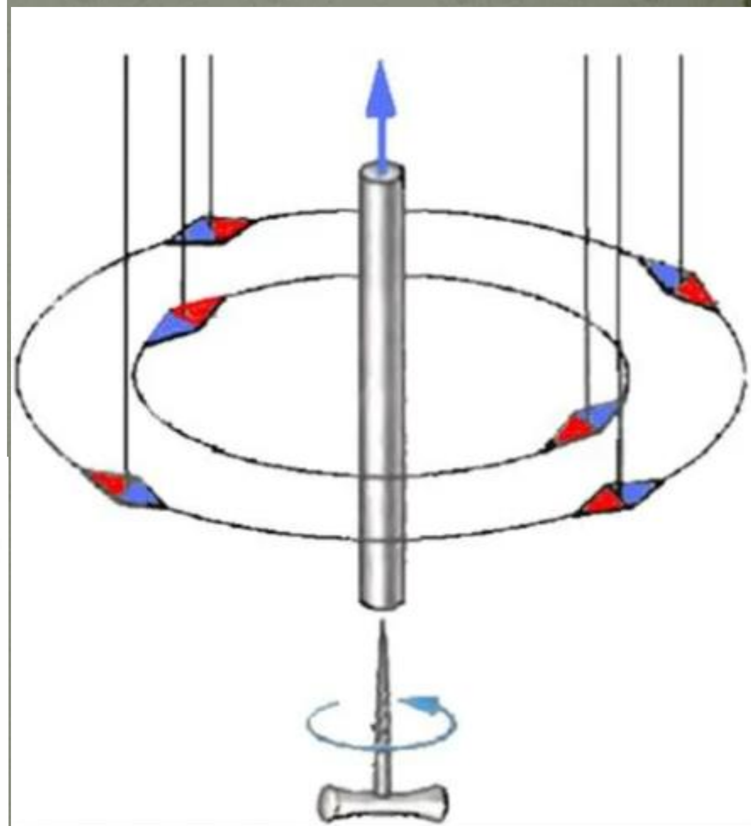
2) не пересекаются;

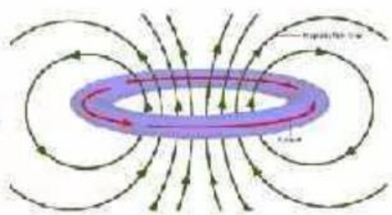
3) густота пропорциональна модулю вектора $\vec{B}$ **.**

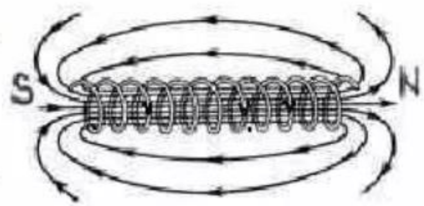
Линии магнитной индукции

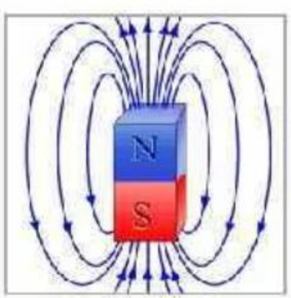


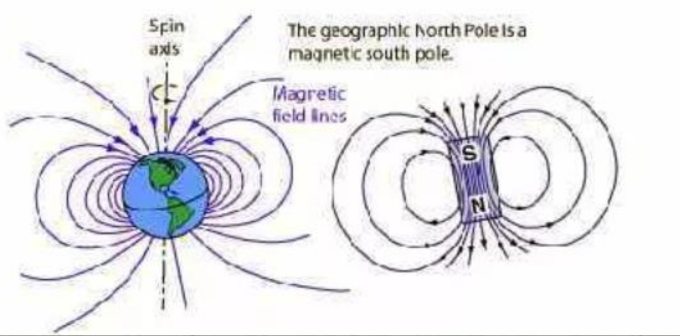






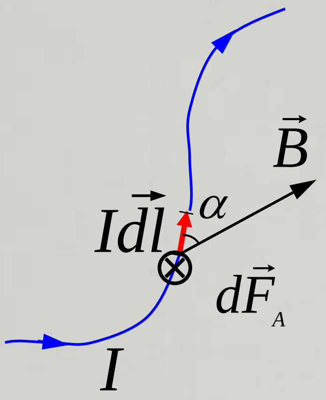






14.6. Сила Ампера

– сила, действующая на элемент проводника с током в магнитном поле:



$$d\vec{F}_A = I \cdot [d\vec{l} \cdot \vec{B}]$$

$$dF_A = Idl \cdot B \cdot \sin\alpha$$

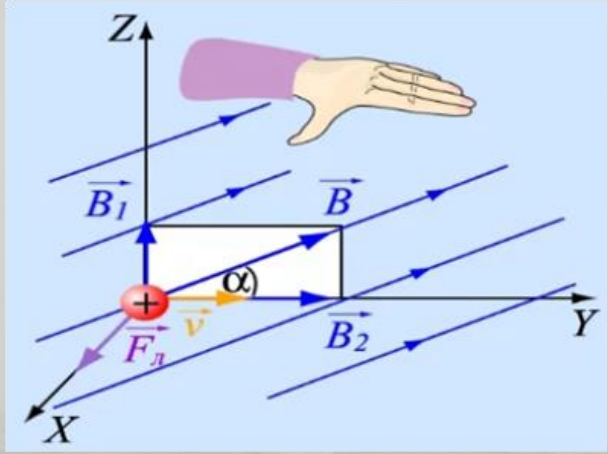
Пример. *Два параллельных проводника с током*:

Д.З.

$$F_A = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

14.7. Сила Лоренца (1895 г.)

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле

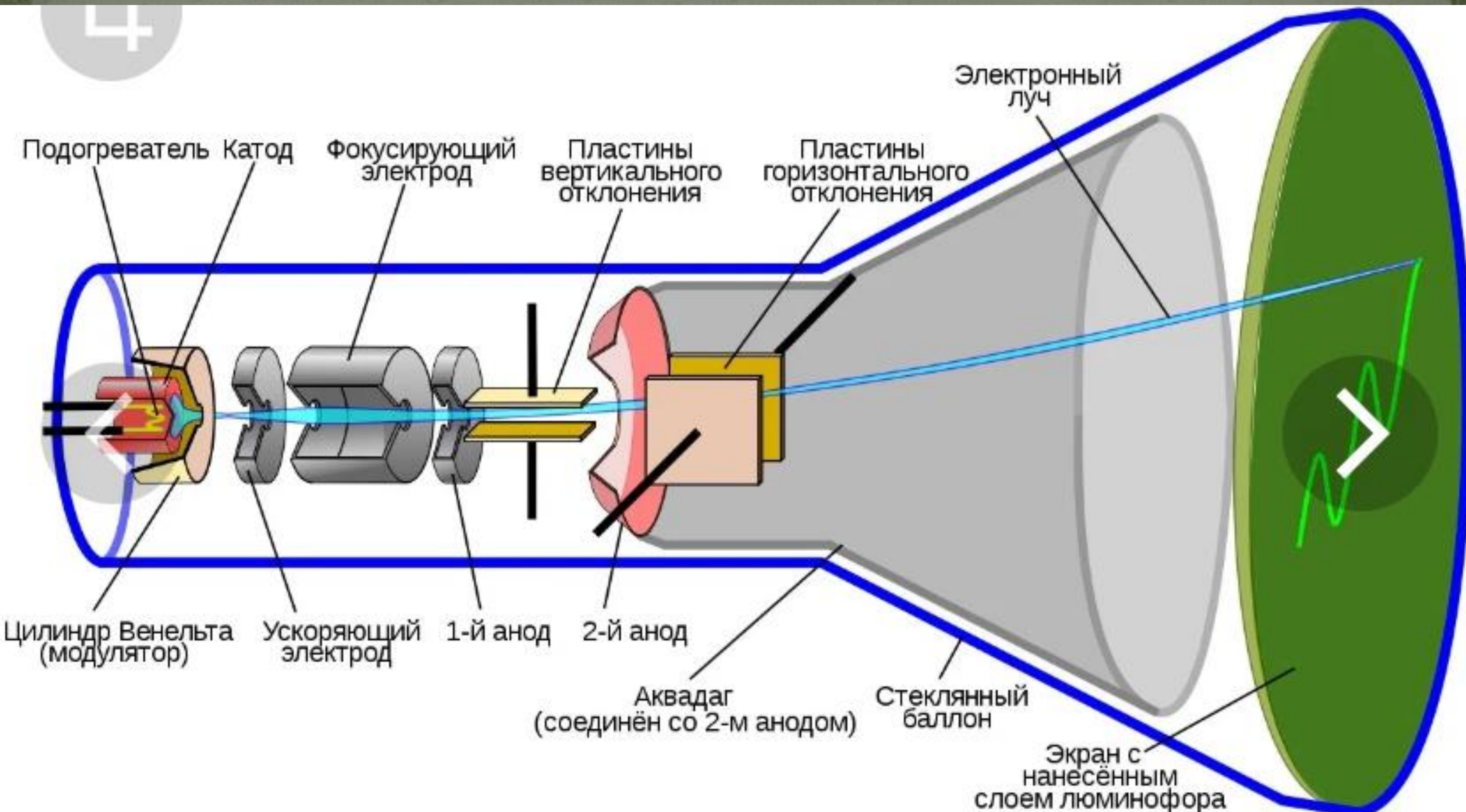


$$\vec{F}_Л = q \cdot [\vec{\upsilon}, \vec{B}]$$

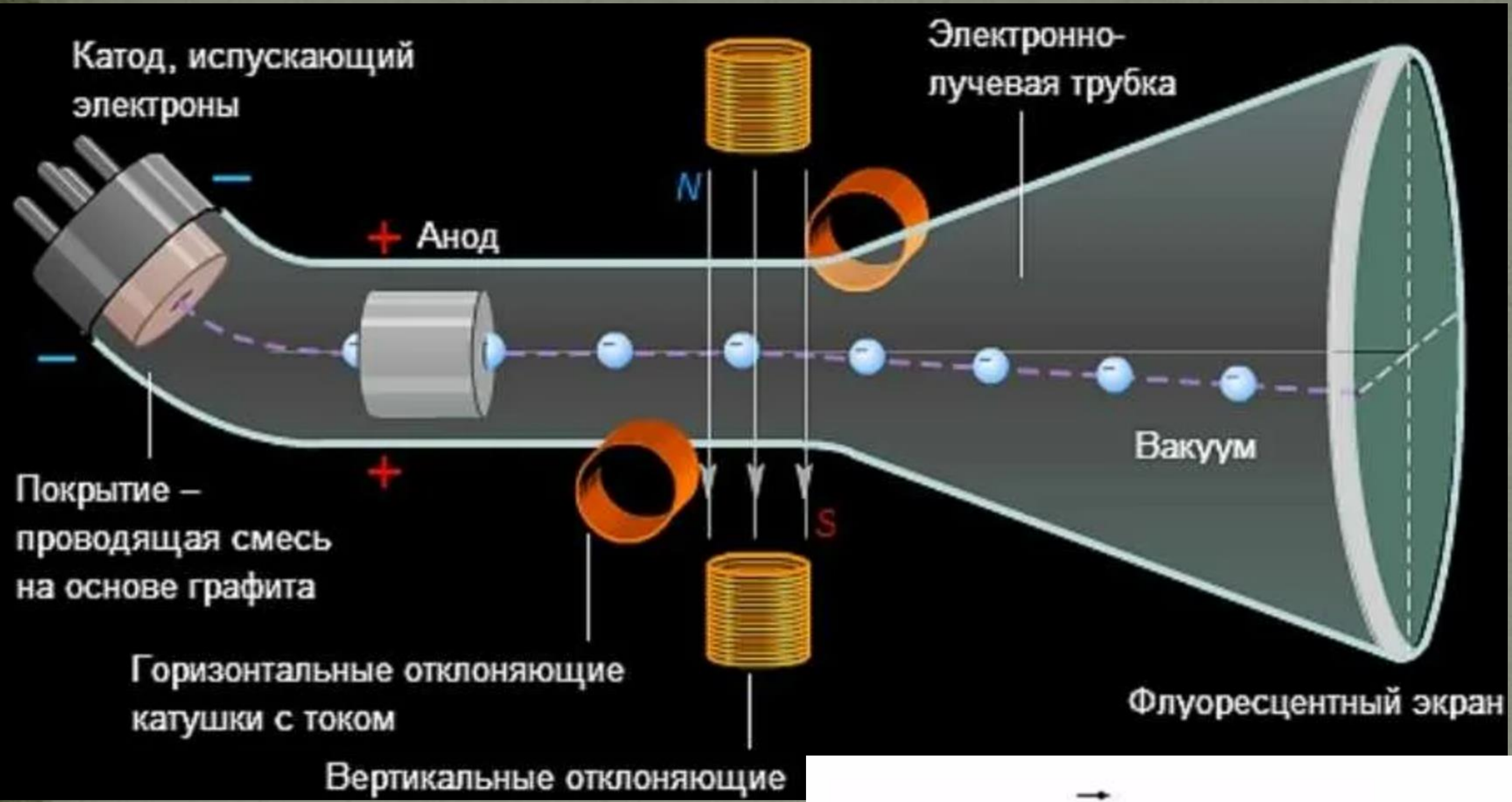
$$F_Л = |q| \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\alpha$$

Эксперимент **!!**

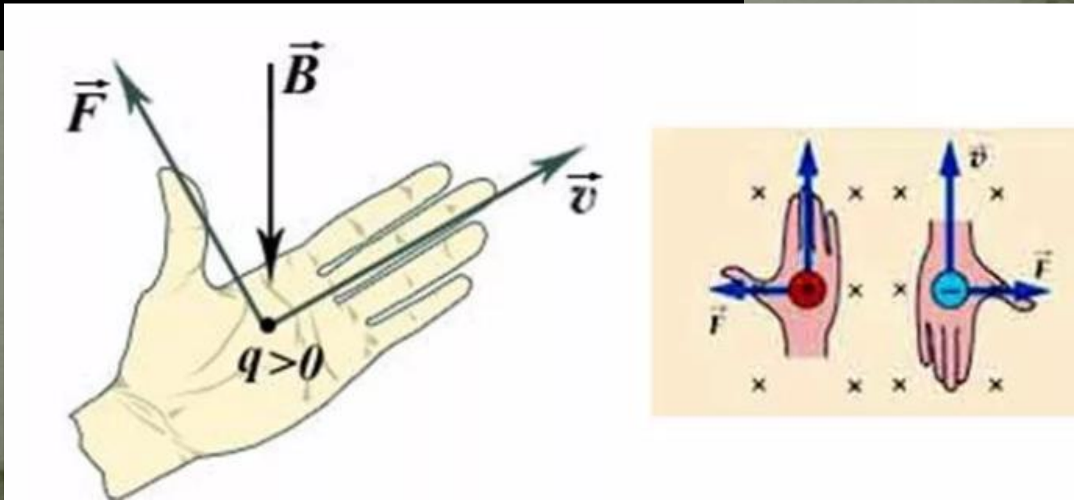
Электронно-лучевая трубка



Электронно-лучевая трубка



Сила Лорентца



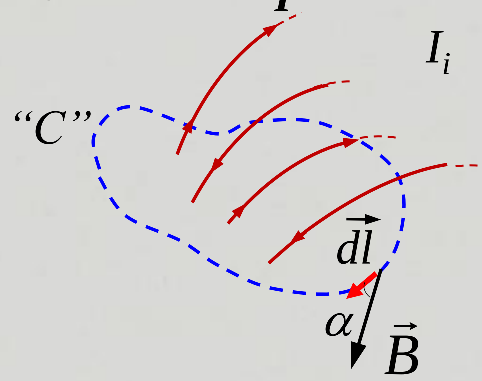
Электронно-лучевая трубка

Сила Лорентца

§ 15. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции

15.1. Формулировка теоремы

(**Опр.**) ***Циркуляцией вектора (например,*** $\vec{B}$ ***) по замкнутому контуру "С" называется криволинейный интеграл вида:*** $\oint\limits_C (\vec{B}, d\vec{l}\,)$



Циркуляция вектора индукции магнитостатического поля по любому замкнутому контуру "С" в вакууме пропорциональна алгебраической сумме сил токов, пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\oint\limits_C (\vec{B}, d\vec{l}\,) = \mu_0 \sum_i I_i$$

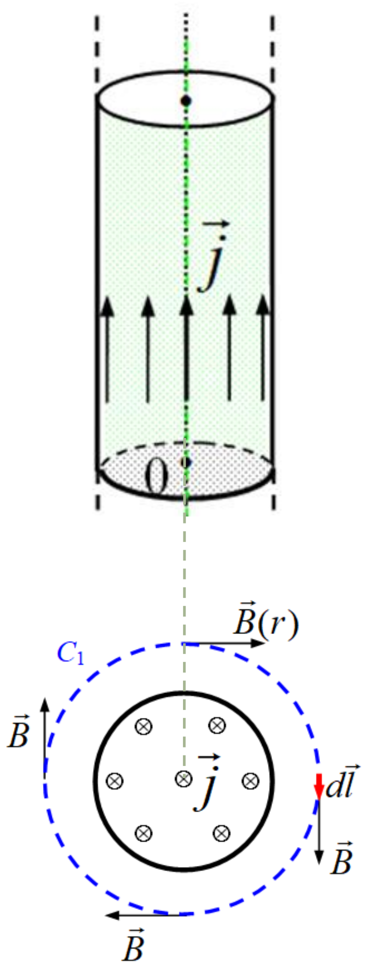
или

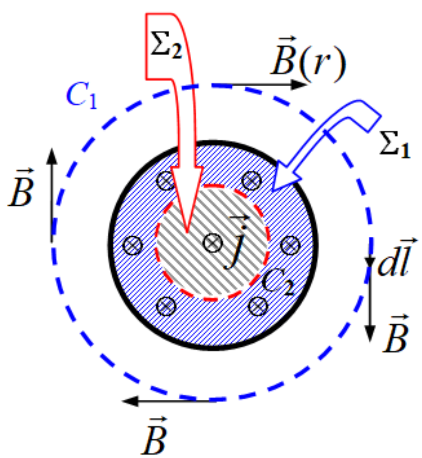
$$\mu_0 \int\limits_{\Sigma} (\vec{j}, d\vec{S}\,)$$

15.2. Применение теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции

Пример. **(Задача 10.4)** По длинному прямолинейному проводнику радиуса R течёт ток. Плотность тока распределена равномерно по сечению проводника и равна j. Найти зависимость индукции магнитного поля тока как **внутри, так и вне** этого проводника.

1. Рисунок ! *2. "Структура поля"* *3. Выбор контура*





4. "Вычислим" циркуляцию:

$$\oint_{"C"}(\vec{B},d\vec{l}\,)=\oint_{"C"}B(r)dl=B(r)\oint_{"C"}dl=B(r)\cdot 2\pi r$$

5. "Вычислим" силу тока:

$$\int_{\Sigma} j_n dS = \begin{cases} j\cdot\pi R^2 - \textit{для поля вне проводника, } C_1 \\ j\cdot\pi r^2 - \textit{для поля внутри проводника, } C_2 \end{cases}$$

6. Применим теорему:

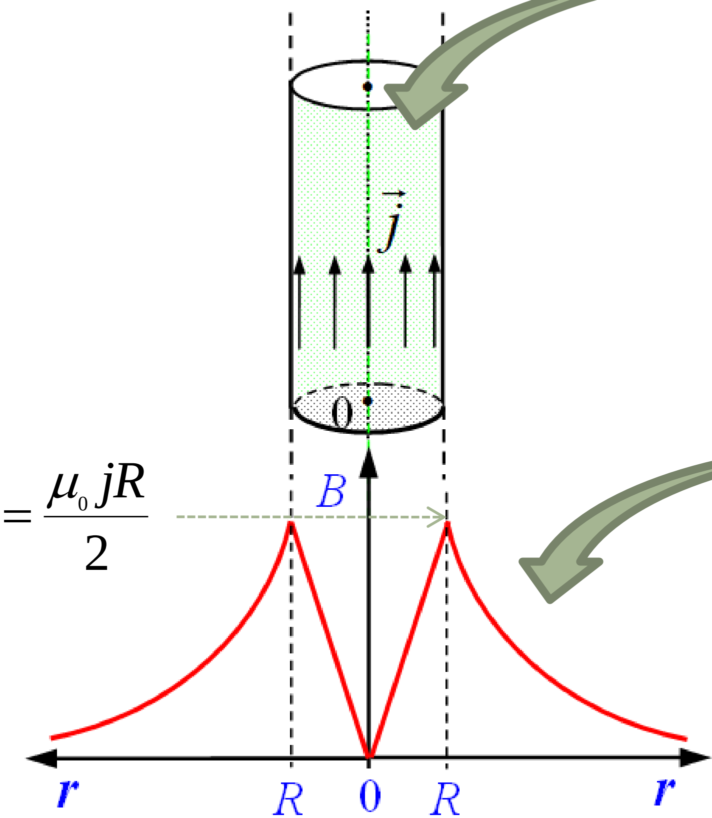
$$B(r)\cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot \begin{cases} j\cdot\pi R^2, & r > R \\ j\cdot\pi r^2, & r \le R \end{cases}$$

Результаты :

“Внутри”

$$B(r) = \frac{\mu_0 j}{2} r$$

$$B(R) = \frac{\mu_0 jR}{2}$$



“Вне”

$$B^{(вне)}(r) = \frac{\mu_0 jR^2}{2}\frac{1}{r}$$

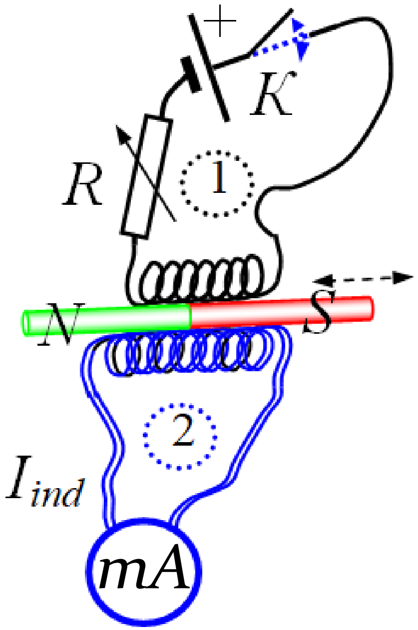
§ 16. Электромагнитная индукция

16.1. Открытие Фарадеем явления электромагнитной индукции («опыты Фарадея»)

“Экономический эффект от открытия Майкла Фарадея превышает таковой от Лондонской товарной биржи за все годы её существования!”

- М. Тэтчер

Опыты Фарадея (1831):



1) …

2) …
3) …
4) …
5) …
6) …
…
$\Rightarrow$ $\Delta\Phi_B \Rightarrow I_{ind}$

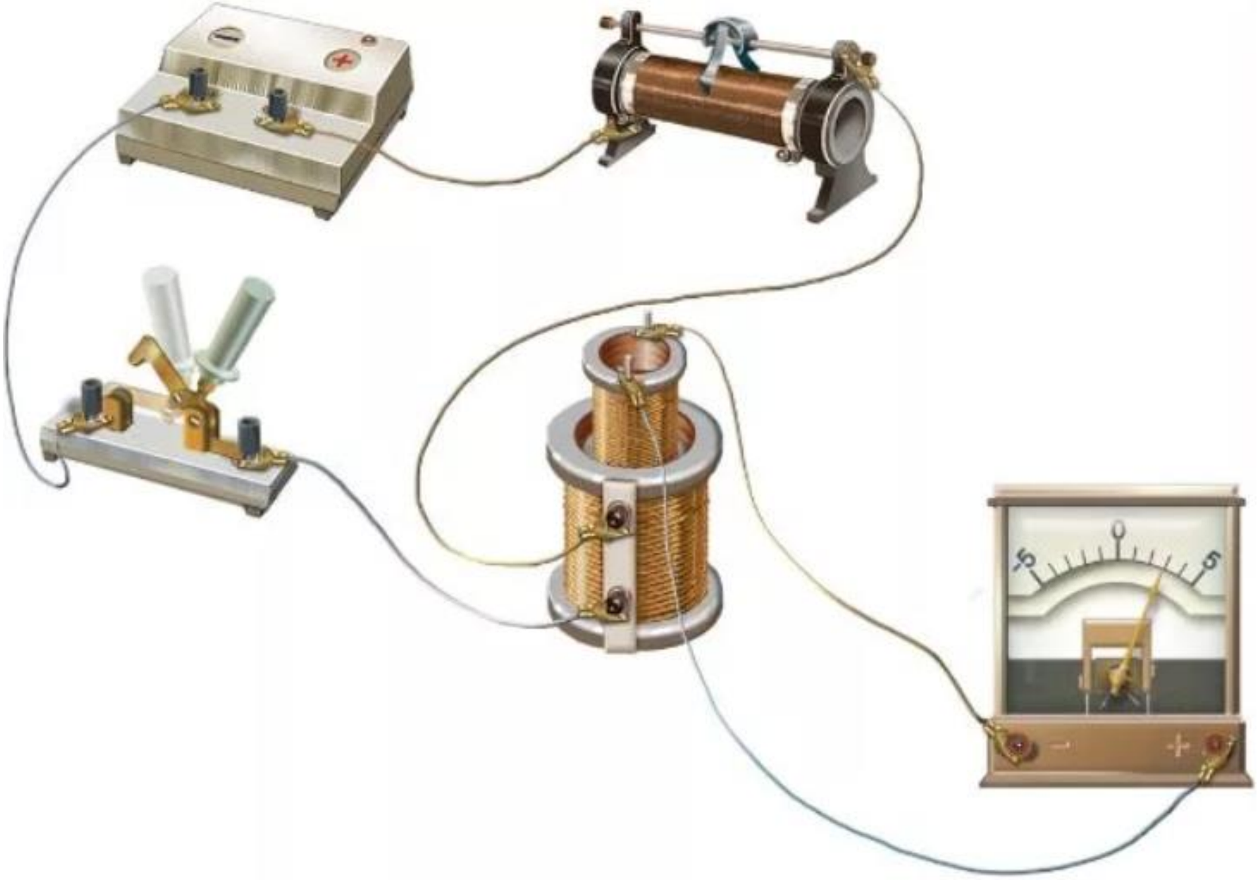
Электрический ток индуцируется («наводится») **при любом изменении магнитного потока** !!

Фарадей:

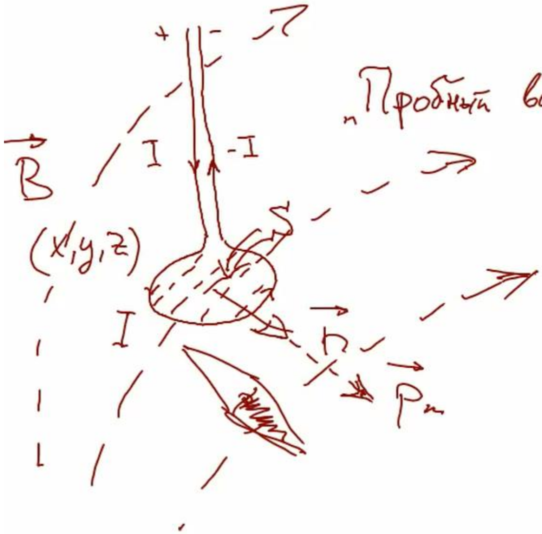
$$I_{ind} \sim \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right|$$

♣ *Явление электромагнитной индукции состоит в возникновении электрического тока в проводящем контуре* ***при изменении магнитного потока*** *через поверхность, ограниченную этим контуром*

Опыты Фарадея



Доска



„Пробный виток": $p_m = I\cdot S$

$-q \quad +q$

$\vec p = q\cdot\vec l$

$\vec p_m = IS\cdot\vec n$

$\underline{\underline{\vec N}}$ $\quad \vec B$: 1). $\vec B \uparrow\uparrow \vec p_m^{\,(op.)}$;

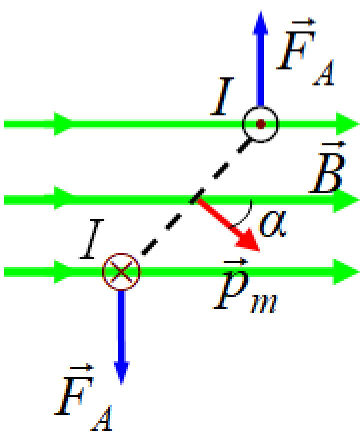
$N^{max} \sim I, S$ $\quad$ 2) $B = \dfrac{N^{(max)}}{p_m}$

$\vec E = \dfrac{\vec F}{q_{пр}}$

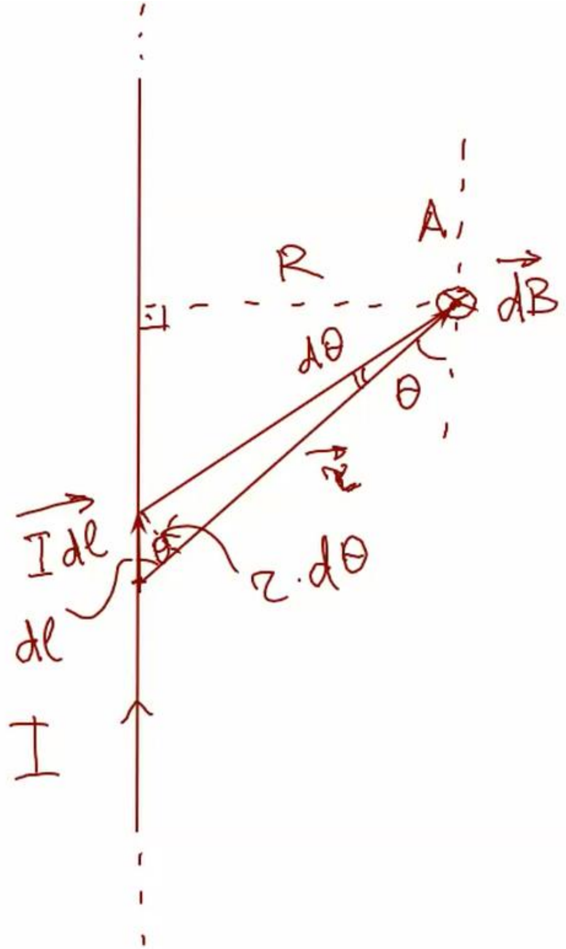
Пробный виток: $\quad \vec p_m = IS\vec n$

Вектор магнитной индукции: 1) $\quad \vec B \uparrow\uparrow \vec p_m^{\,(op.)}$;

2) $\quad B = \dfrac{N_{\max}}{p_m}$



доска



1). Разбиение на

$I\vec{dl}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2}$$

$\vec{dB} \perp$ пл-ти

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R\cdot\cancel{\sin^2\theta}\cdot si}{\cancel{\sin^2\theta}\cdot R^2}$$

2). $\vec{B} = \sum_i \vec{dB}$

$$B = \sum dB$$

3). θ, $d\theta$

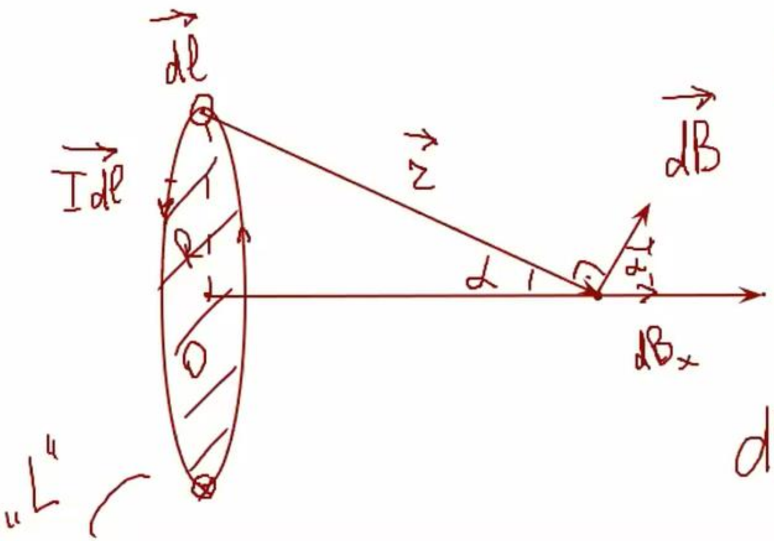
$$r = \frac{R}{\sin\theta};$$

$$dl = \frac{r\,d\theta}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin^2\theta}\,d\theta$$

4). $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^\pi \sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi R}\left(-\cos\theta\right)\Big|_0^\pi = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

доска



$$\boxed{\vec{dB} \perp \vec{r},\ I\vec{dl}}$$

$$\vec{r} \perp I\vec{dl} \qquad \Theta = \frac{\pi}{2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}$$

$$dB_x = dB\cdot\sin\alpha = dB\cdot\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

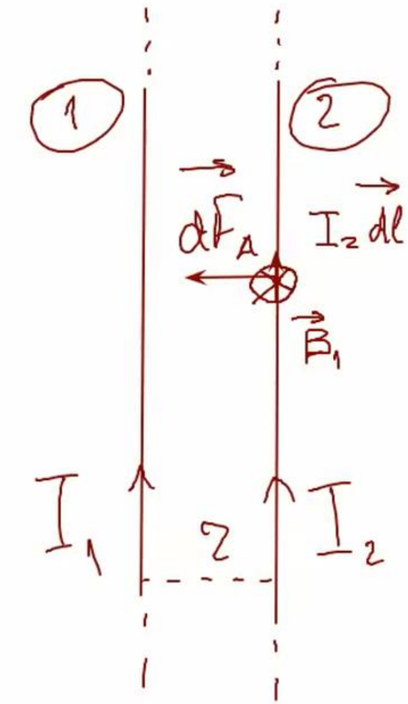
$$B(x) = \frac{\mu_0 I\cdot R}{4\pi(R^2+x^2)^{3/2}}\underbrace{\oint_L dl}_{2\pi R} =$$

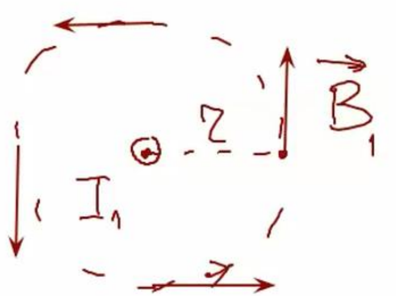
$$\boxed{\vec{P}_m = I\cdot S\cdot\vec{n}}$$

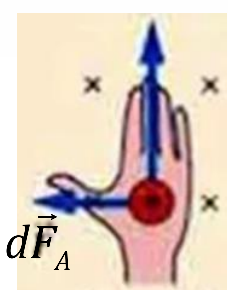
$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{2\pi R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

a) $x >> R$, $\boxed{\vec{B}(x) = \frac{\mu}{4\pi}\frac{2\vec{P}_m}{x^3}}$

доска







1). $dF_A^{(21)} = I_2 \cdot dl \cdot B_1(r) \cdot \underbrace{\sin \overset{\pi/2}{\alpha}}_{1}$;

2). $B_1(r) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot r}$;

$\vec{B}_1$?

3) $\vec{dF}_A^{(2,1)}$ — „левой руки"

4). $F^{(21)} = \int\limits_{„L"} dF = I_2 \cdot \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \int\limits_{„L"} dl = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \cdot l$