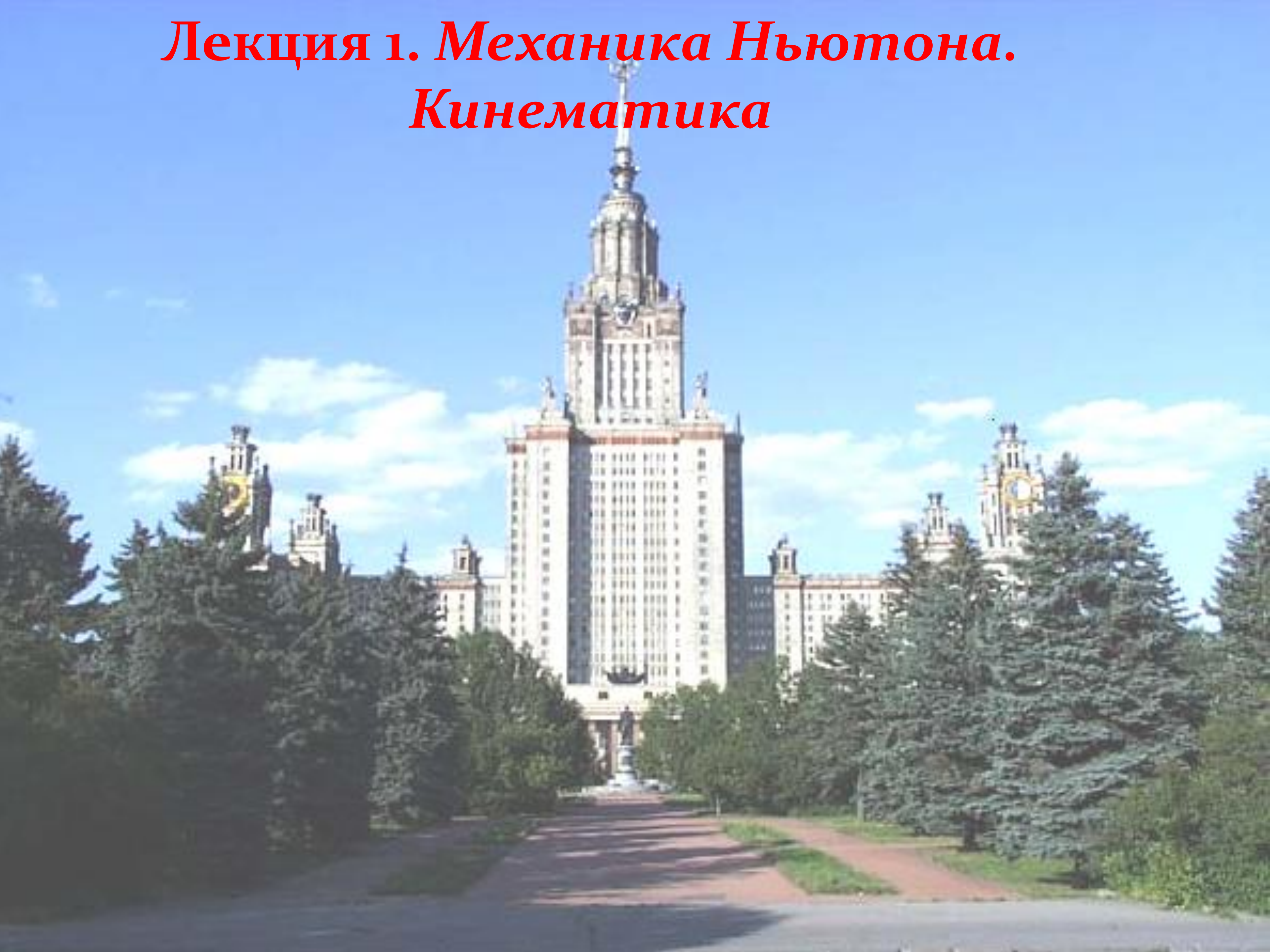
Лекция 1. *Механика Ньютона. Кинематика*



$\varphi\ \upsilon\ \sigma\ i\ \zeta$

Курс: “*Механика. Электричество и магнетизм*”

http://vega.phys.msu.ru/

- *“В науке необходимо воображение. Она не исчерпывается целиком ни математикой, ни логикой, в ней есть что-то от красоты и поэзии”*
  - **М. Митчелл, 1860**

Часть I. *Механика Ньютона*

“Если я видел дальше, чем другие, то лишь потому, что стоял на плечах Гигантов” –
Исаак Ньютон

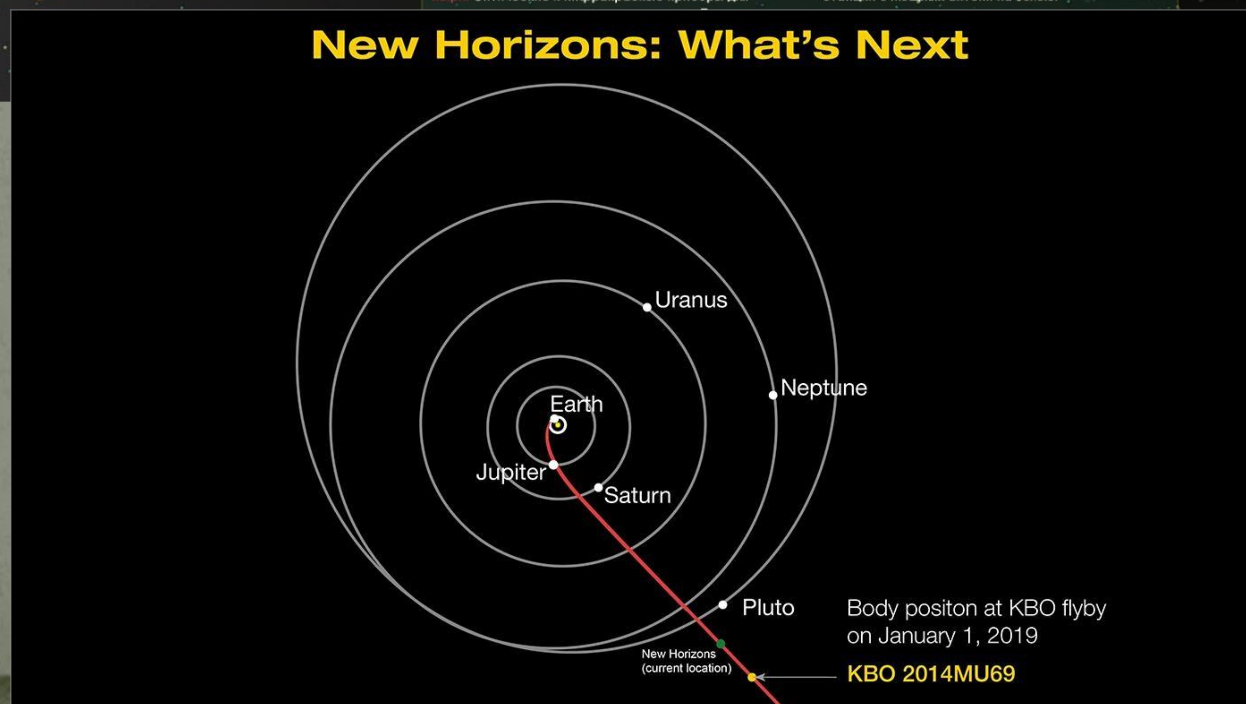
“Классическая механика”
1687

“Новые горизонты”
2024 , …

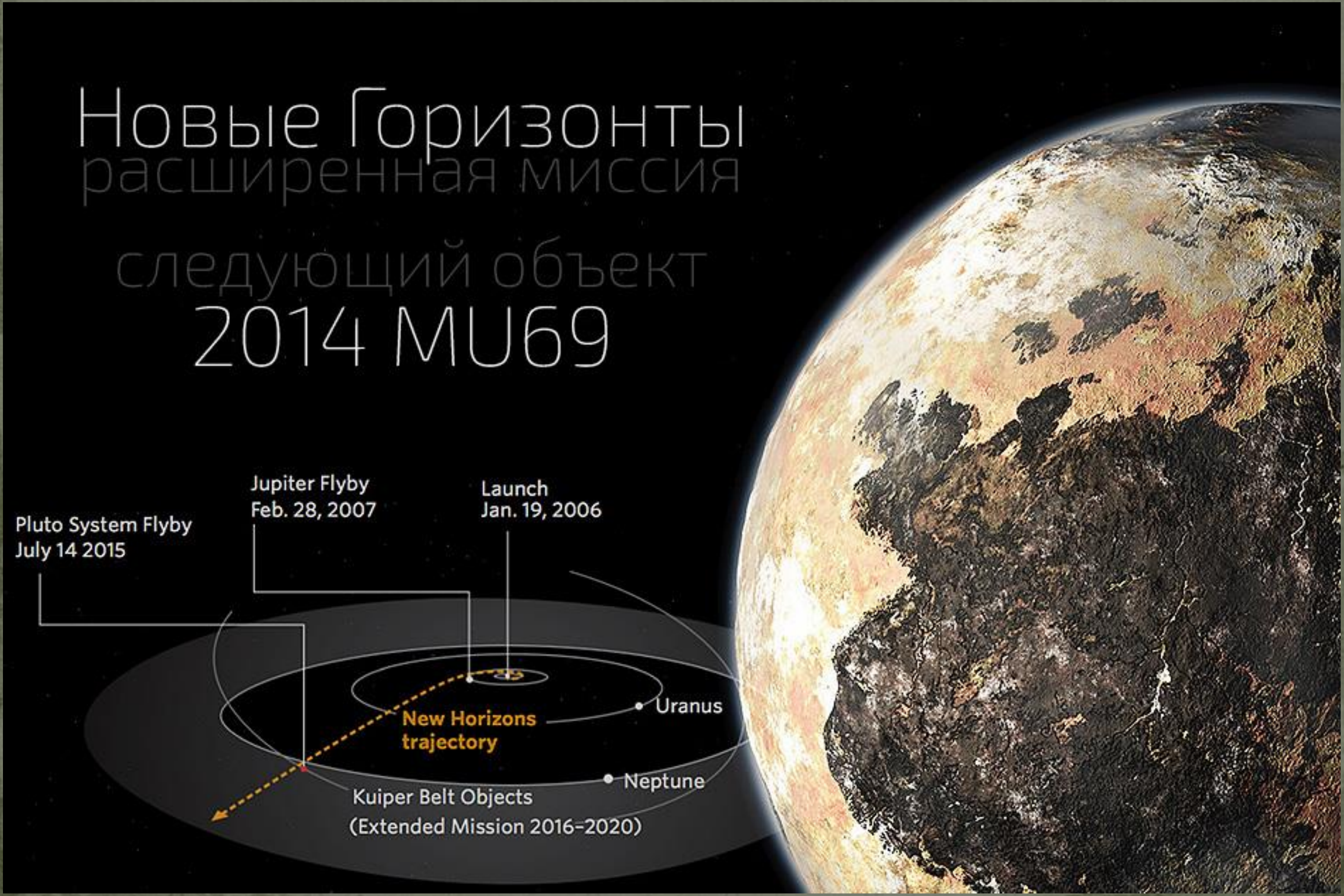
“Математические начала натурфилософии”
1687

Наша солнечная система

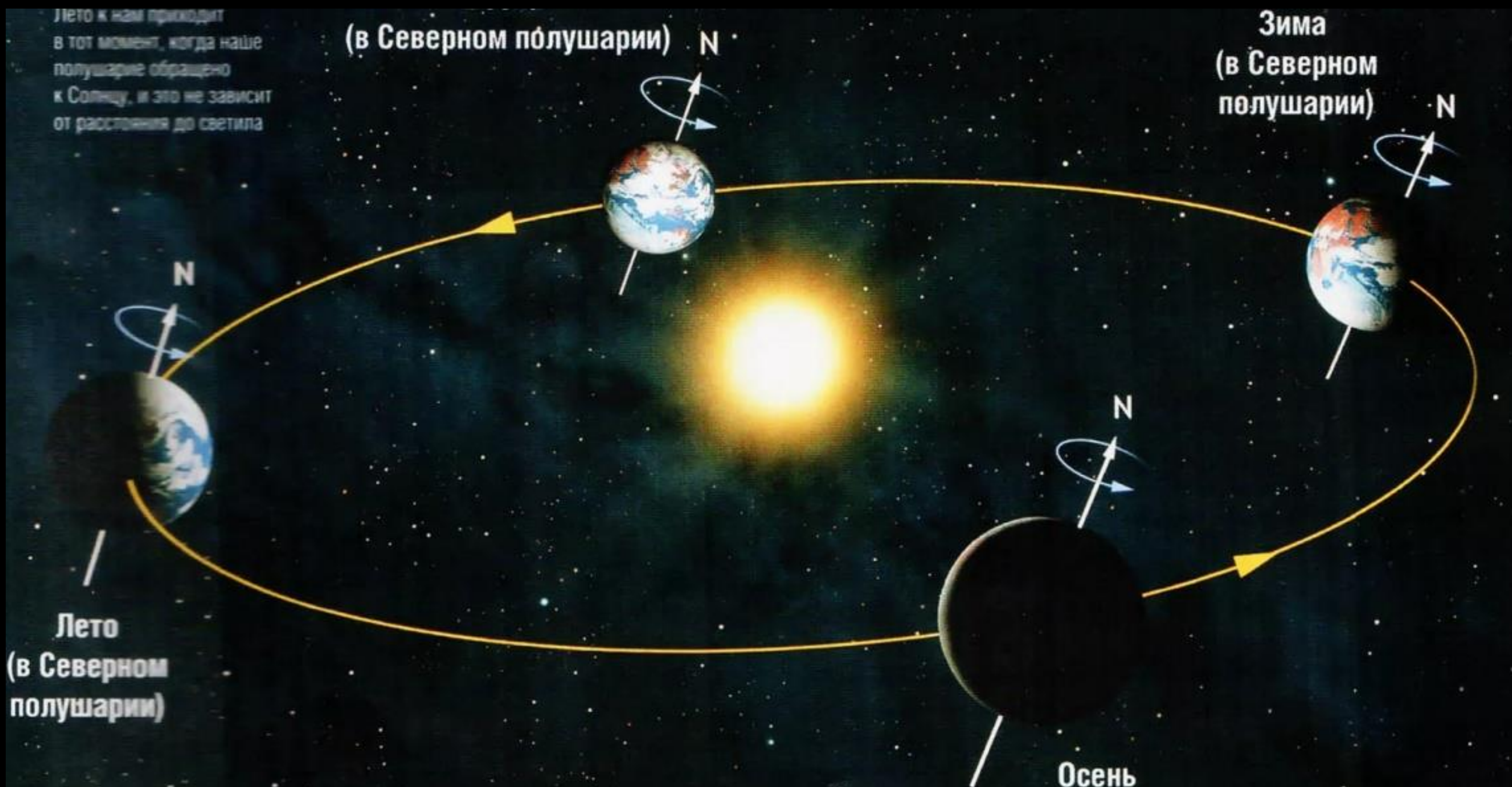
Миссия – “Новые горизонты” (2006 – 2035)



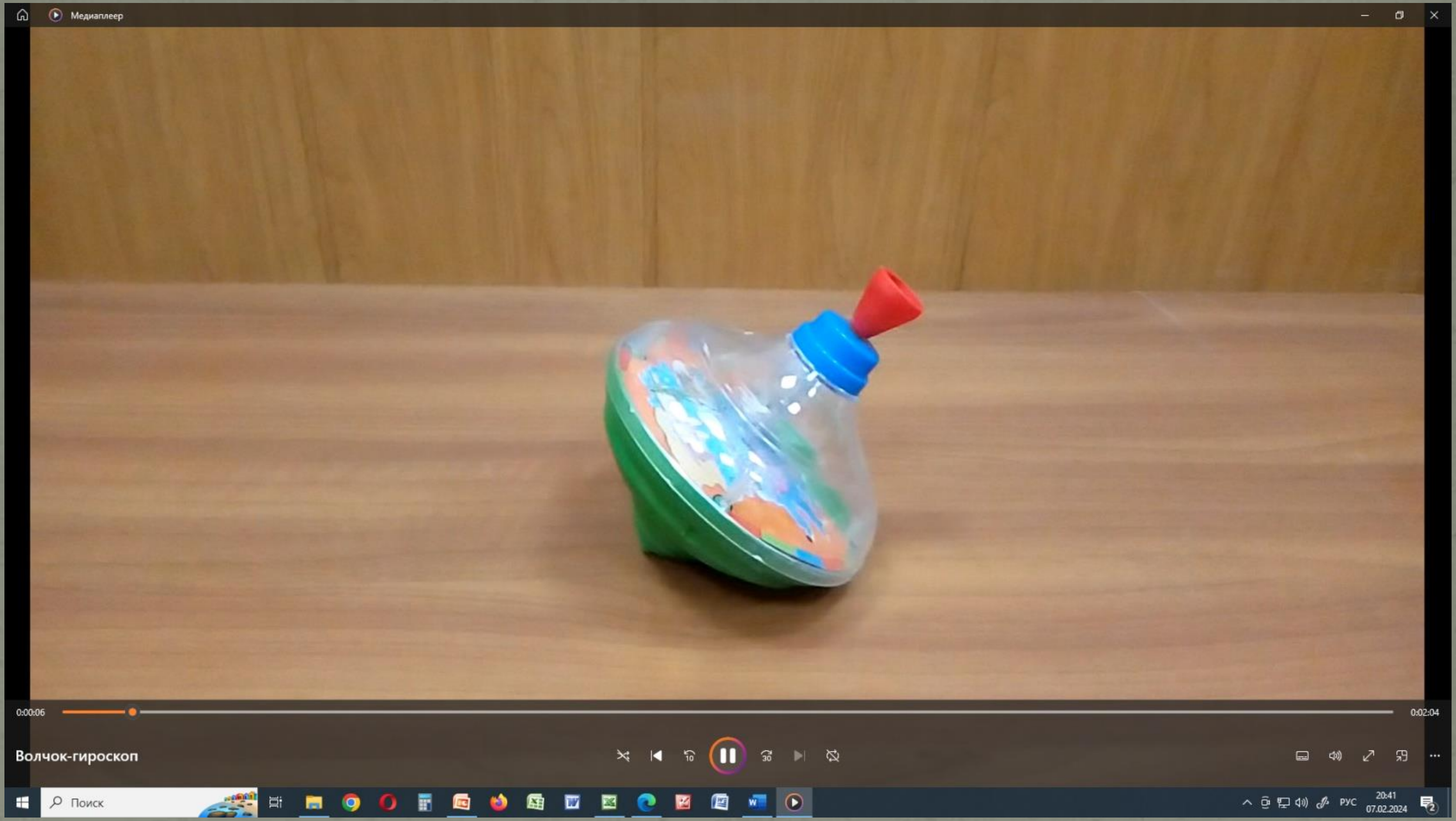
Миссия – “Новые горизонты”



А где у нас север ??



Юла-Гироскоп



§ 1. *Кинематика материальной точки*

(*kinema* - *движение*)

"Незнание движения необходимо влечёт незнание природы" –

Аристотель **(IV век до н.э.)**

1.1. Основные понятия кинематики

(<u>*Опр*</u>.) ***Механическое движение – это изменение положения тел в пространстве (т.е. относительно других тел) с течением времени***

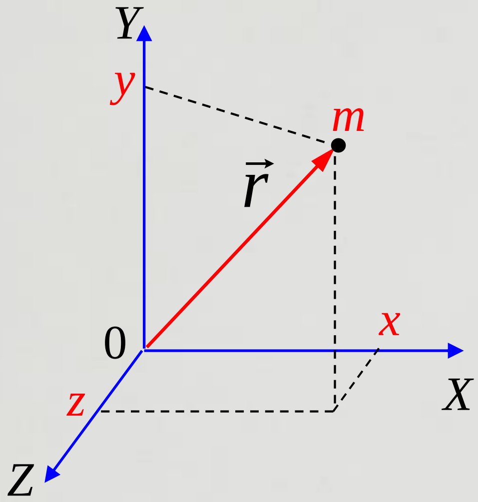
(<u>*Опр*</u>.) ***Материальная точка – тело, размерами которого можно пренебречь в условиях конкретной задачи***

(<u>*Опр*</u>.) ***Система отсчёта включает тело отсчета (ТО), а также прибор для измерения времени***

(<u>*Опр*</u>.) ***Траектория – это линия в пространстве, вдоль которой движется материальная точка***

1.2. Линейные кинематические характеристики

1.2.1. *Радиус-вектор*



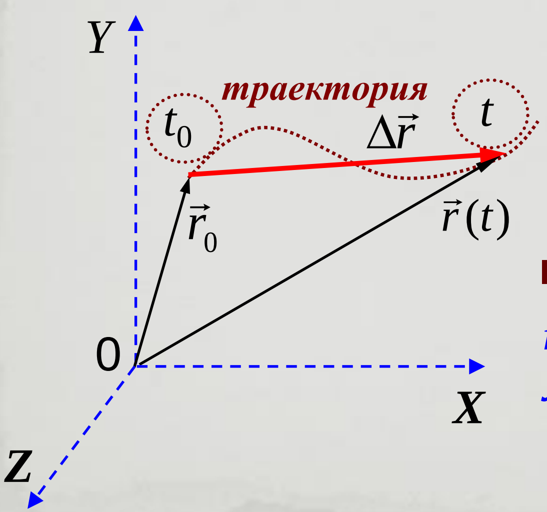
$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z$$

"Закон движения":

$$\begin{cases} x = x(t); \\ y = y(t); \\ z = z(t). \end{cases} \quad \text{или} \quad \vec{r} = \vec{r}(t).$$

1.2.2. *Путь*

(***Опр.***) ***Путь – это длина участка траектории между начальным и конечным положениями***



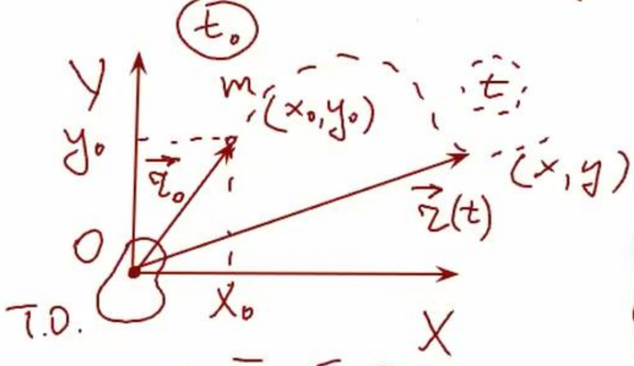
1.2.3. *Перемещение*

(***Опр.***) ***Перемещением за промежуток времени*** $\Delta t = t_2 - t_1$ ***называется вектор*** $\Delta\vec{r}$, ***соединяющий положение точки в момент времени*** t_1 ***с её положением в момент времени*** t_2

(Опр.) Доска 1

$$С.О. = Т.О.(с.к.) + t$$

„Закон движен

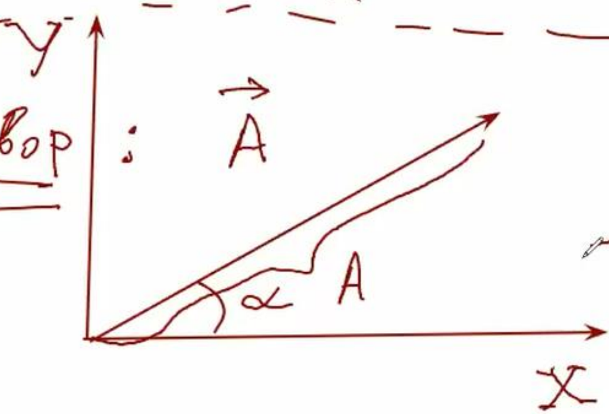


$\vec r_0$ – радиус

$$y = f(x)$$

$$\vec r = \vec r(t) \quad \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

Договор: $\vec A$



$$|\vec A| \equiv \underline{A, \alpha}$$

A_x — проекции

A_y —

$$A_x = A \cdot \cos\alpha$$

$$A_y = A \cdot \sin\alpha$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$tg\,\alpha = \frac{|A_y|}{|A_x|}$$

$$\Delta t = t - t_0 \quad (t_0 = 0)$$

$$\vec S \equiv \Delta \vec r; \qquad \vec r(t) = \vec r_0 + \Delta \vec r$$

„перемещение" $\longrightarrow$ $\underline{\Delta \vec r} = \vec r(t) - \vec r_0$

1.2.4. Скорость

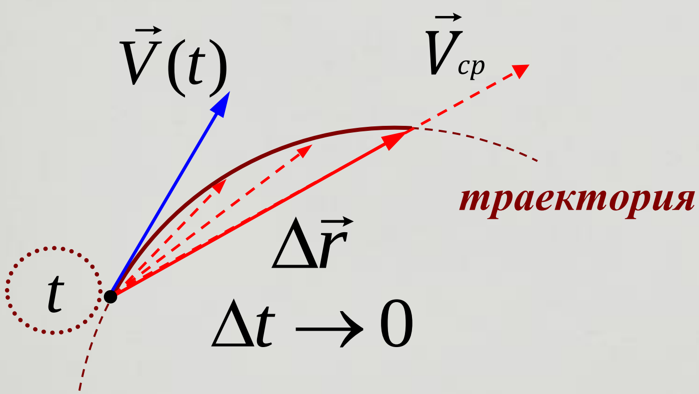
$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

0

- **(Опр.)** ***Средняя скорость – отношение перемещения к интервалу времени движения***

- **(Опр.)** ***Мгновенная скорость – предельное значение средней скорости при уменьшении временного интервала*** $\Delta t \to 0$
(на «бесконечно коротком» участке траектории):

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}$$

по касательной !

Путевая скорость

$$\upsilon_{cp} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt}$$

Д.З.:

$$\left|\vec{V}\right| = \upsilon$$

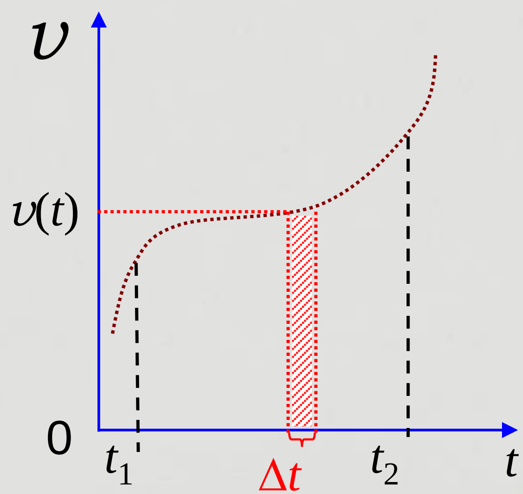
$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

$$V_y = \frac{dy}{dt}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{e}_x + V_y \cdot \vec{e}_y + V_z \cdot \vec{e}_z$$

$$\upsilon = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2} + V_z^{\,2}}.$$



$$\Delta l = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\,dt$$

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} V_x(t)\,dt$$

$$\Delta y = \int_{t_1}^{t_2} V_y(t)\,dt\ ;$$

$$\Delta z = \int_{t_1}^{t_2} V_z(t)\,dt,$$

Пример 1.1. Равномерное движение

(**Опр.**) ***Равномерным называется движение, при котором МТ за любые равные интервалы времени совершает равные перемещения***

(Г. Галилей)

$$\vec{V} = const$$

$$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \quad \Delta x = V_x \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\vec{V} = \vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow \quad \Delta \vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{V}(t)dt = \vec{V} \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V} \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + V_x \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + V_y \cdot t;$$

$$z(t) = z_0 + V_z \cdot t.$$

А если $\vec{V} \neq const$ **??**

Ускорение !

1.2.5. *Ускорение*

(**Опр.**) ***Ускорением называется производная скорости по времени:***

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \equiv \dot{\vec{V}}$$

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}}$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt},$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{e}_x + a_y \cdot \vec{e}_y + a_z \cdot \vec{e}_z, \qquad a_y = \frac{dV_y}{dt},$$

$$\Delta \vec{V} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)dt \qquad a_z = \frac{dV_z}{dt}.$$

Пример 1.2. **Равнопеременное движение**

(**Опр.**) ***Движение МТ называется равнопеременным, если за любые равные интервалы времени Δt происходят равные изменения скорости***

(Г. Галилей)

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt \quad \Rightarrow \quad \vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t\,;$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{V}(t)dt \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}\,t^2}{2}.$$

$$x(t) = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$\vec{a} = const$$

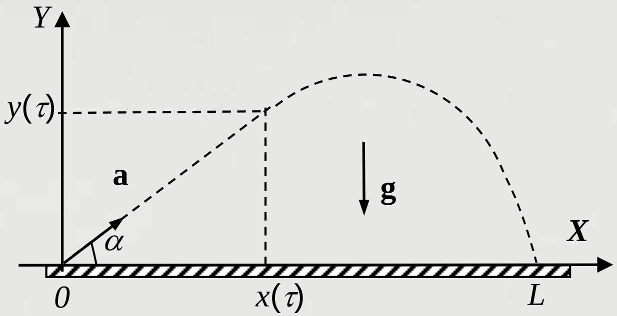
Пример 1.3. **Движение тел, брошенных вблизи поверхности Земли**
(сопротивление воздуха пренебрежимо мало)

Д.З.

Задача 1.1. (Про ракету) …

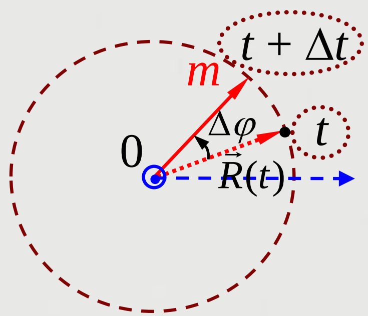
Найдите ошибку в решении?

→

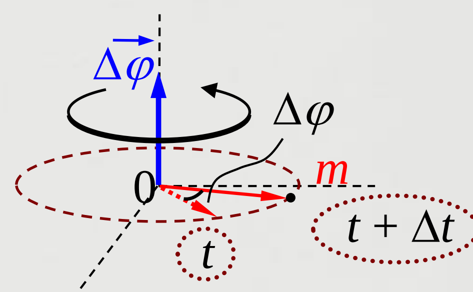


1.3. Угловые кинематические характеристики

1.3.1. Угловое перемещение



$\vec{r}(t)$

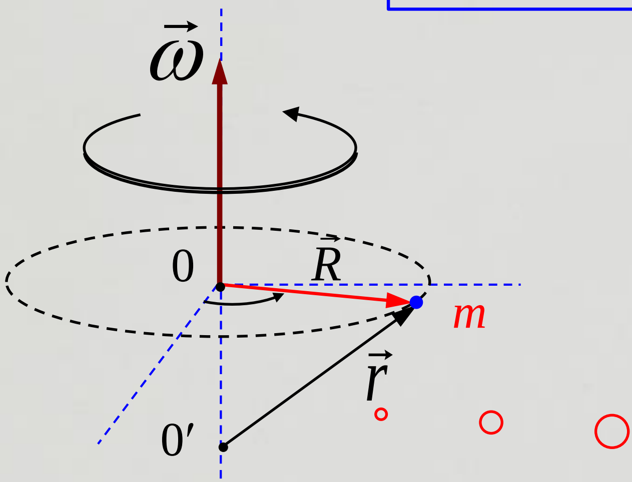


(***Опр.***) ***За направление вектора $\overrightarrow{\Delta\varphi}$ принимается направление поступательного перемещения правого винта – «буравчика» при повороте его рукоятки в направлении вращения радиус-вектора***

1.3.2. Угловая скорость

(**Опр.**)

$$\boxed{\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\varphi}}{dt}}$$



$$\upsilon = \frac{dl}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot R = \omega \cdot R$$

$$\vec{V} = \left[\vec{\omega}, \vec{R}\right]$$

$$\vec{V} = \left[\vec{\omega}, \vec{r}\right]$$

Д.З.

1.3.3. Угловое ускорение

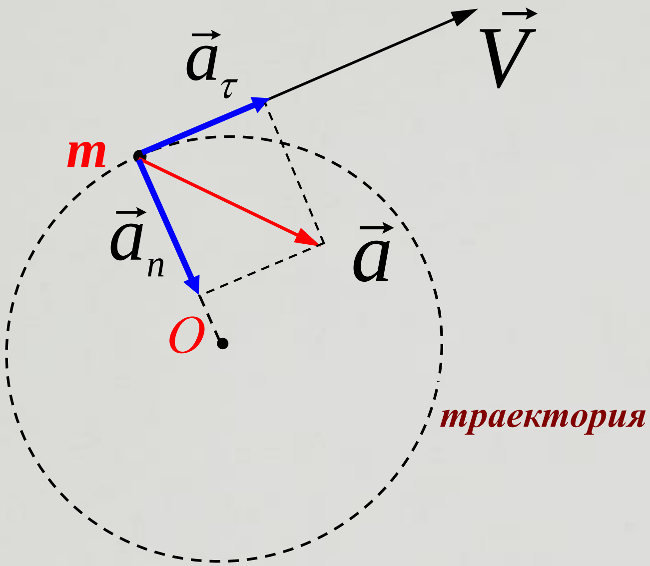
(**Опр.**)

$$\boxed{\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}}$$

$$\left(\text{или} \quad \vec{\beta} \equiv \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{\varphi}} \right)$$

$$\overrightarrow{\Delta\omega}(t) = \int_0^t \vec{\beta}(t)dt, \qquad \overrightarrow{\Delta\varphi} = \int_0^t \vec{\omega}(t)dt.$$

1.4. Ускорение при движении по окружности



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\upsilon \cdot \vec{\tau}) = \underbrace{\frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}}_{\vec{a}_\tau} + \underbrace{\upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}}_{\vec{a}_n}$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{a}_n = \upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

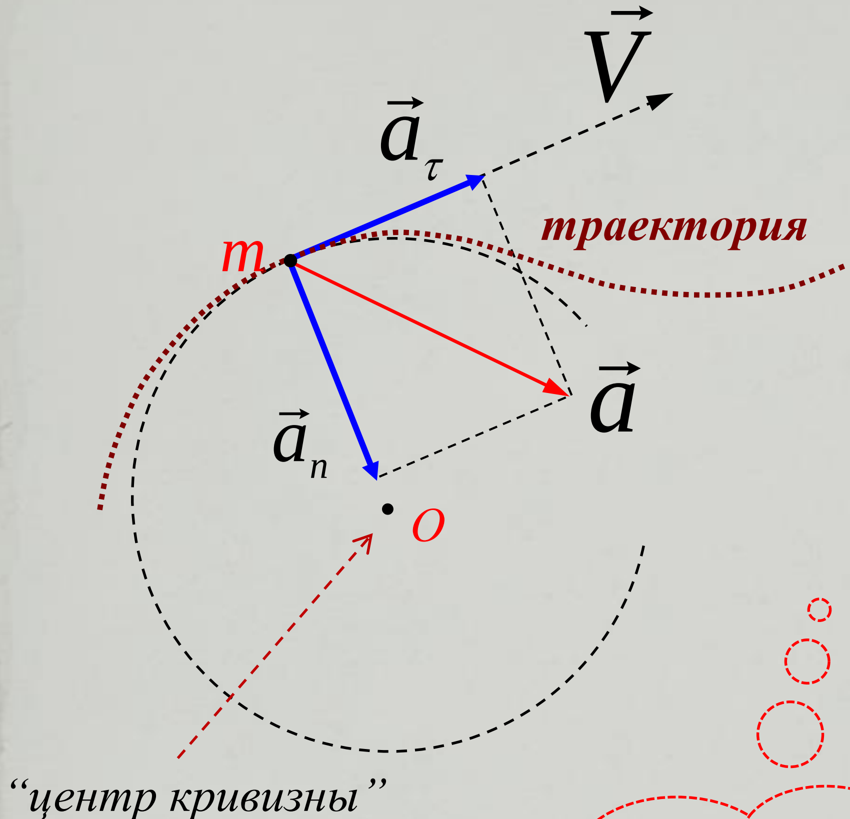
$$\vec{a}_\tau = \left[\vec{\beta} \cdot \vec{R}\right]$$

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R}$$

или

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R} \cdot \vec{n}$$

1.5. Ускорение при криволинейном движении



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

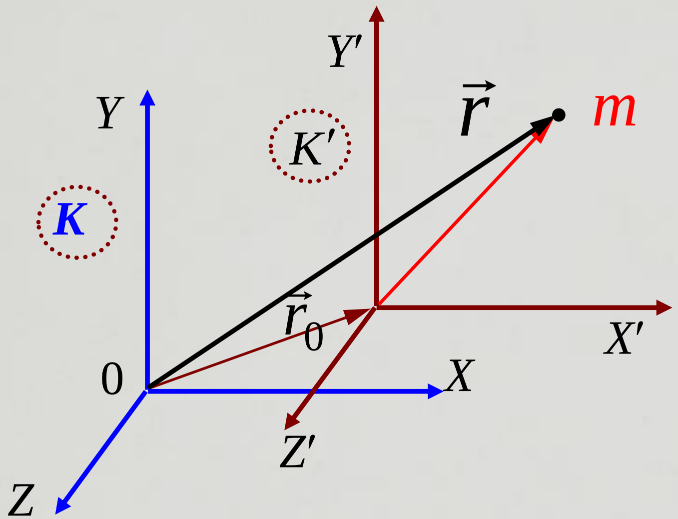
$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{a}_n = \upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R_{кр}} \vec{n} = -\omega^2 \cdot \vec{R}_{кр}$$

1.6. Закон сложения скоростей в классической механике

(*Закон Галилея*)



$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

Закон сложения скоростей в классической механике (Галилея):

$$\vec{V} = \vec{u} + \vec{V}_{отн}$$

А ускорения ? ⇒ $\vec{a} = \vec{A} + \vec{a}_{отн}$

Доска 2

$$y = f(x) \; ; \quad y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \equiv \frac{df}{dt} \; - \text{„производная"}$$

„дифференциал" $\equiv$ б.м. Δ

$$f(x, y, z, t, p, T, \ldots)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Leftarrow \text{по времени}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \quad \ldots$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \quad \ldots$$

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

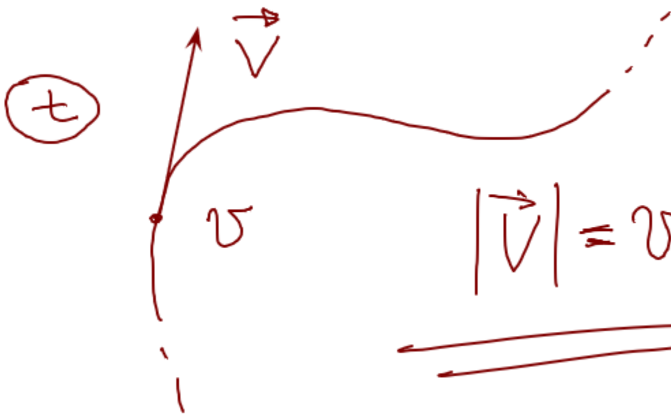
speed

$\vec{v} \longleftrightarrow$ velocity

Доска 3

$$y = f(x)\ ; \quad y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \equiv \frac{df}{dt} \quad \text{— „производная"}$$

„дифференциал" $\equiv$ б.м. Δ



$$|\vec{V}| = v$$

vega.phys.msu.ru

С.О. $\quad$ Т.О. $+ \cancel{t}$