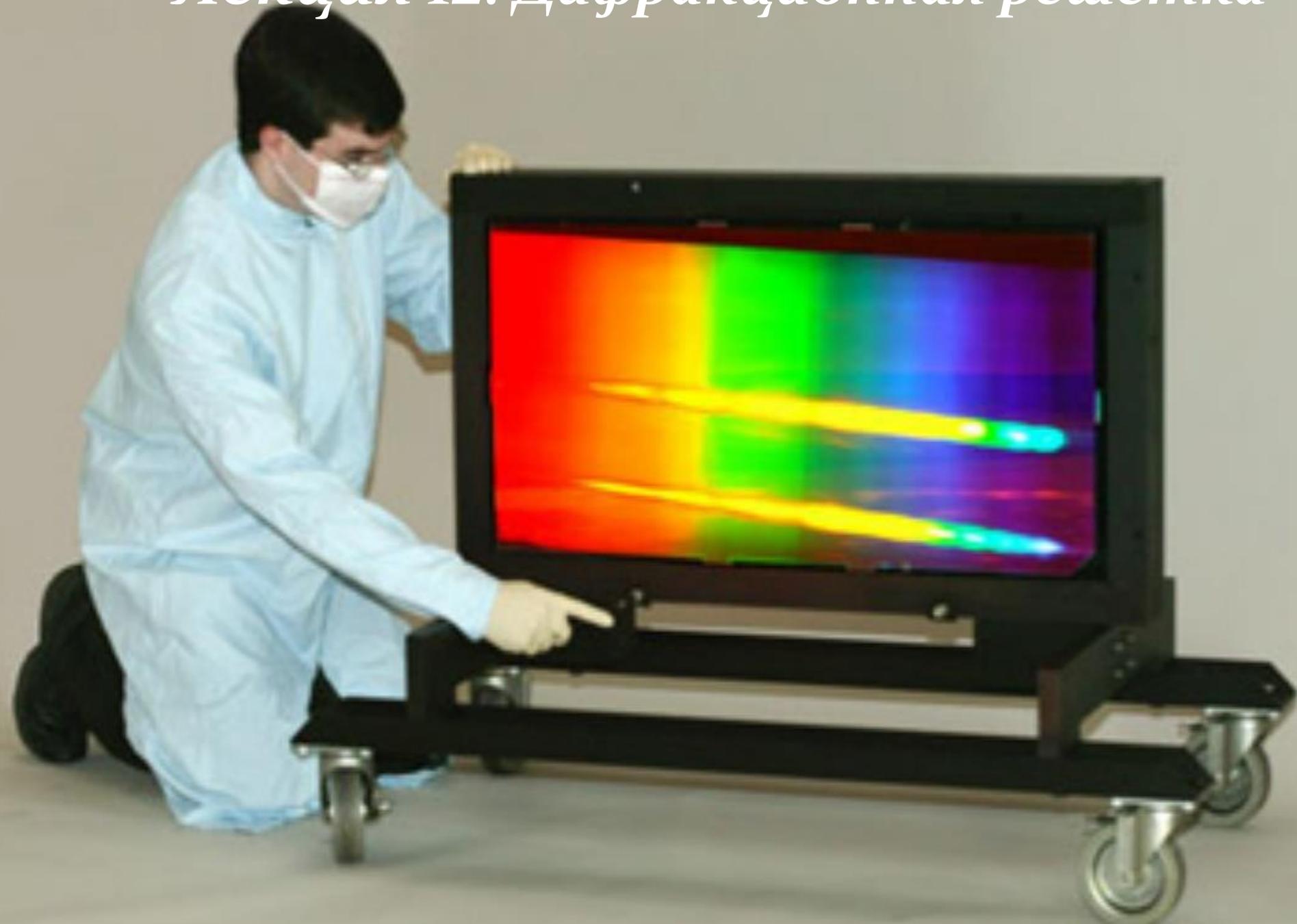


# Лекция 12. Дифракционная решётка



### 3.2. Угловое распределение интенсивности – минимумы и максимумы

Ширина щели  $b$

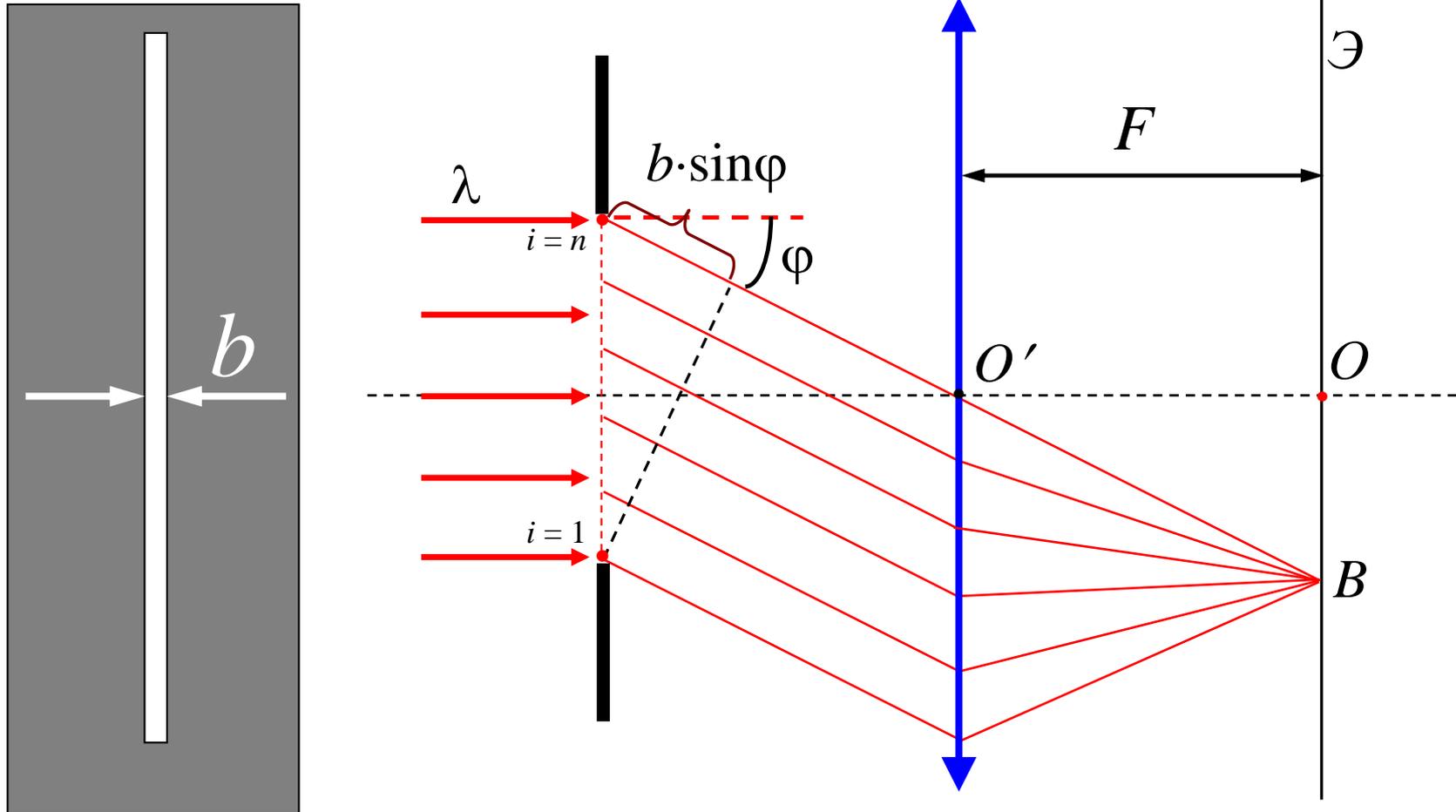
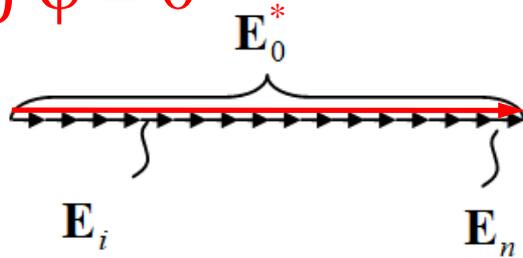


Рис. Схема наблюдения при дифракции Фраунгофера на щели

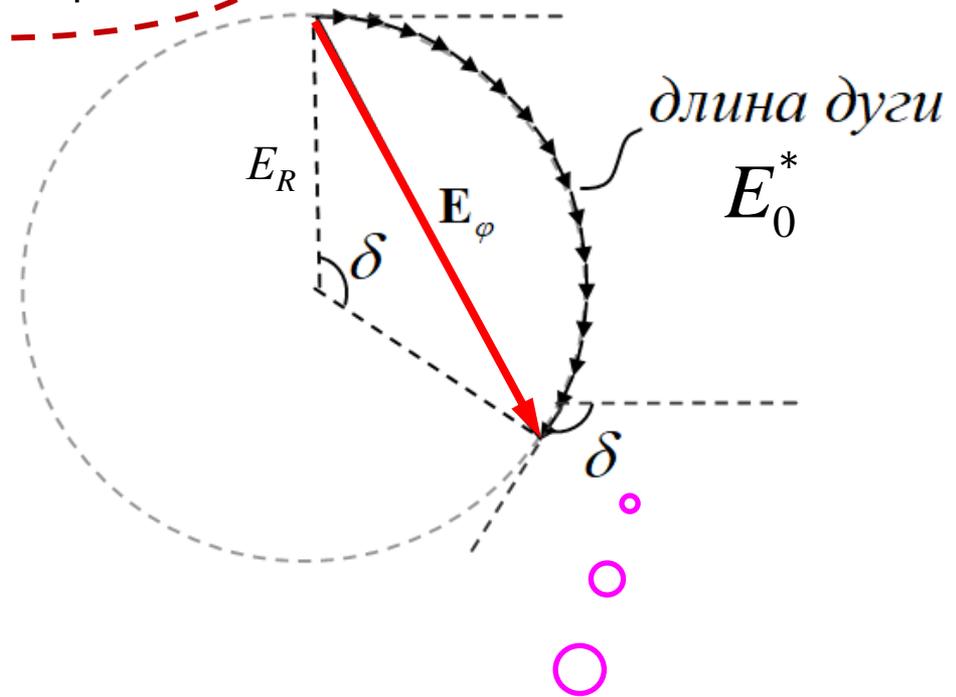
# Векторные диаграммы

а)  $\varphi = 0$

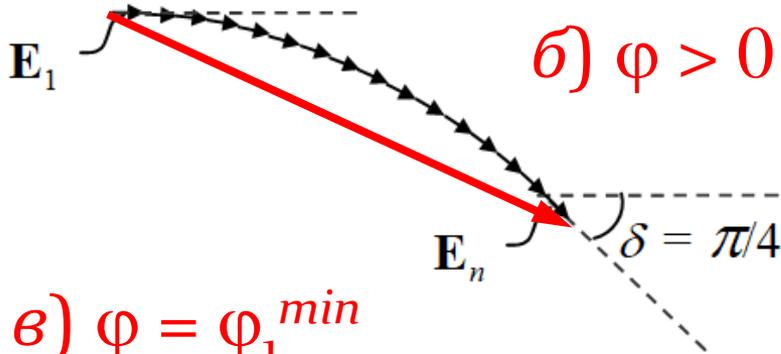


$$\Delta = b \cdot \sin \varphi \quad !$$

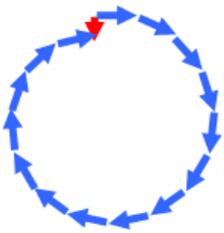
б)  $0 < \varphi < \varphi_1^{min}$



в)  $\varphi > 0$



г)  $\varphi = \varphi_1^{min}$



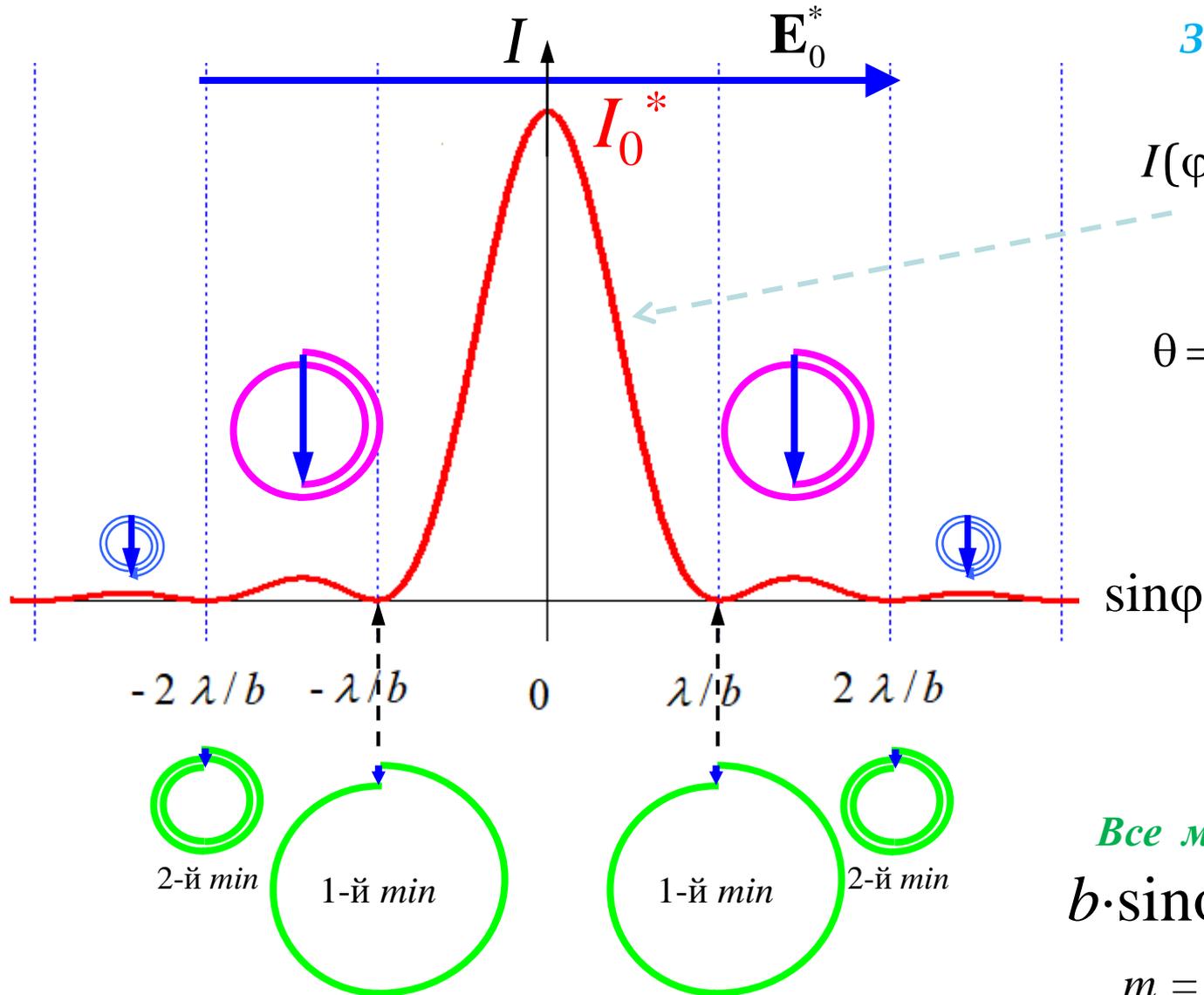
первый минимум

$$b \sin \varphi_1 = \pm \lambda$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin \varphi$$

# Дифракция Фраунгофера на щели

центральный максимум



Задача 10.5:

$$I(\varphi) = I_0^* \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\theta^2}$$

$$\theta = \frac{\pi b \cdot \sin \varphi}{\lambda}$$

$\sin \varphi$

Все минимумы:

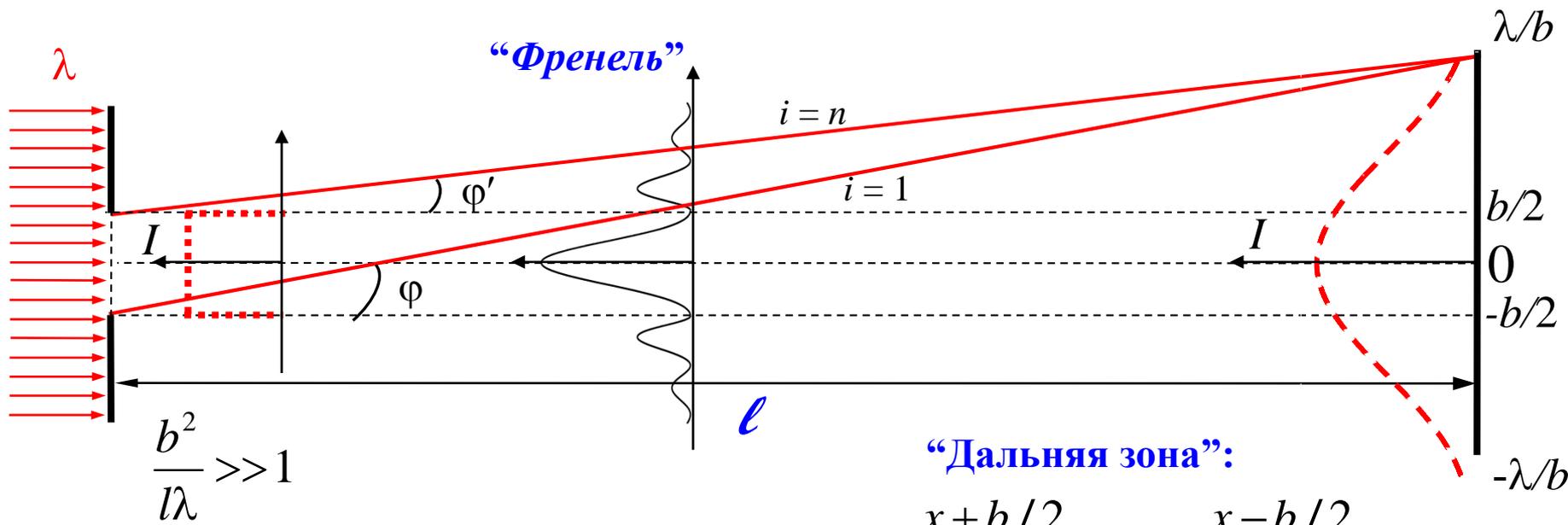
$$b \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$$m = \pm 1, 2, 3, \dots$$

# § 4. Роль дифракции в формировании оптических изображений

## 4.1. Классификация дифракционных явлений

(“Уточнение о разных случаях дифракции”)



$b$  – “размер отверстия”

“Дальняя зона”:

$$\varphi \cong \frac{x+b/2}{l}; \quad \varphi' \cong \frac{x-b/2}{l}$$

“параллельны”:  $\varphi \approx \varphi'$ , если  $b \ll x_1^{\min}$ :  $b \ll l \cdot \frac{\lambda}{b}$

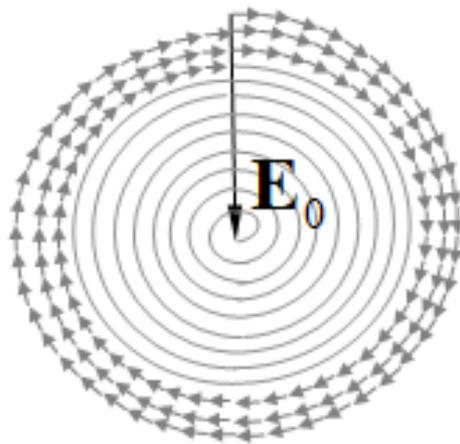
$$\frac{b^2}{l\lambda} - ???$$

“Фраунгофер”:

$$\frac{b^2}{l\lambda} \ll 1 \quad \left( \frac{b^2}{l\lambda} < 1 \right)$$

# Интенсивность в центре дифракционной картины

(Задача 9.10)



## 4.2. Роль дифракции в формировании изображения оптическими приборами

### 4.2.1. Дифракционное расхождение пучка

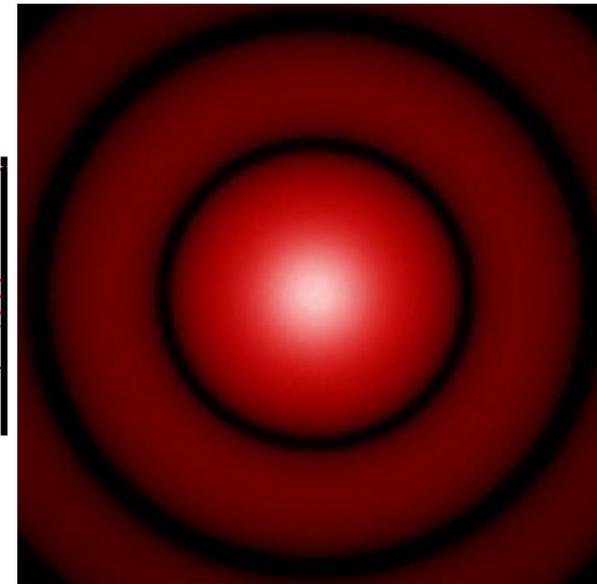
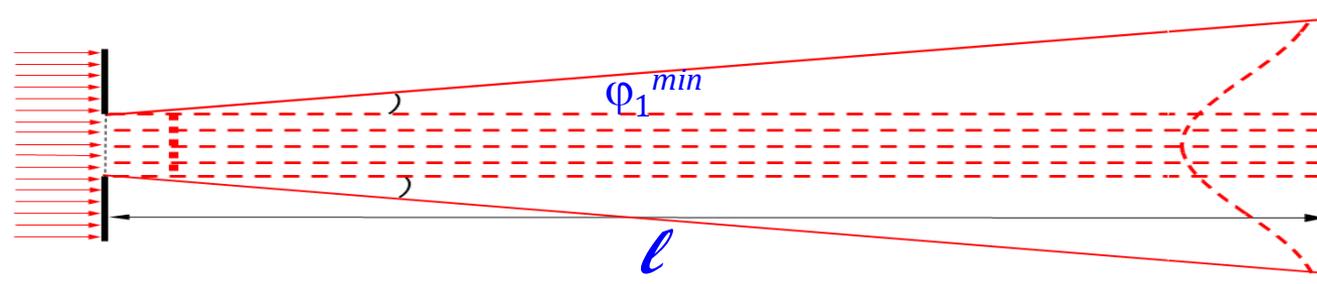
Размер отверстия  $d \gg \lambda$  – Можно ли пренебречь дифракцией ??

**Факультативное Д.З.:** Оцените диаметр «пятна» на поверхности Луны при её лазерной локации. Для локации используется рубиновый лазер с диаметром выходного отверстия  $d = 5$  см и длиной волны излучения  $\lambda = 694,3$  нм. (для оценки примите значение  $\lambda \approx 700$  нм, а расстояние до Луны  $\ell \approx 400\,000$  км).

$$\frac{5 \text{ см}}{10^{-2}} \gg \frac{0,7 \text{ мкм}}{10^{-7}}$$

$$\frac{d^2}{l\lambda} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2}{4 \cdot 10^8 \cdot 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2} \approx 10^{-5}$$

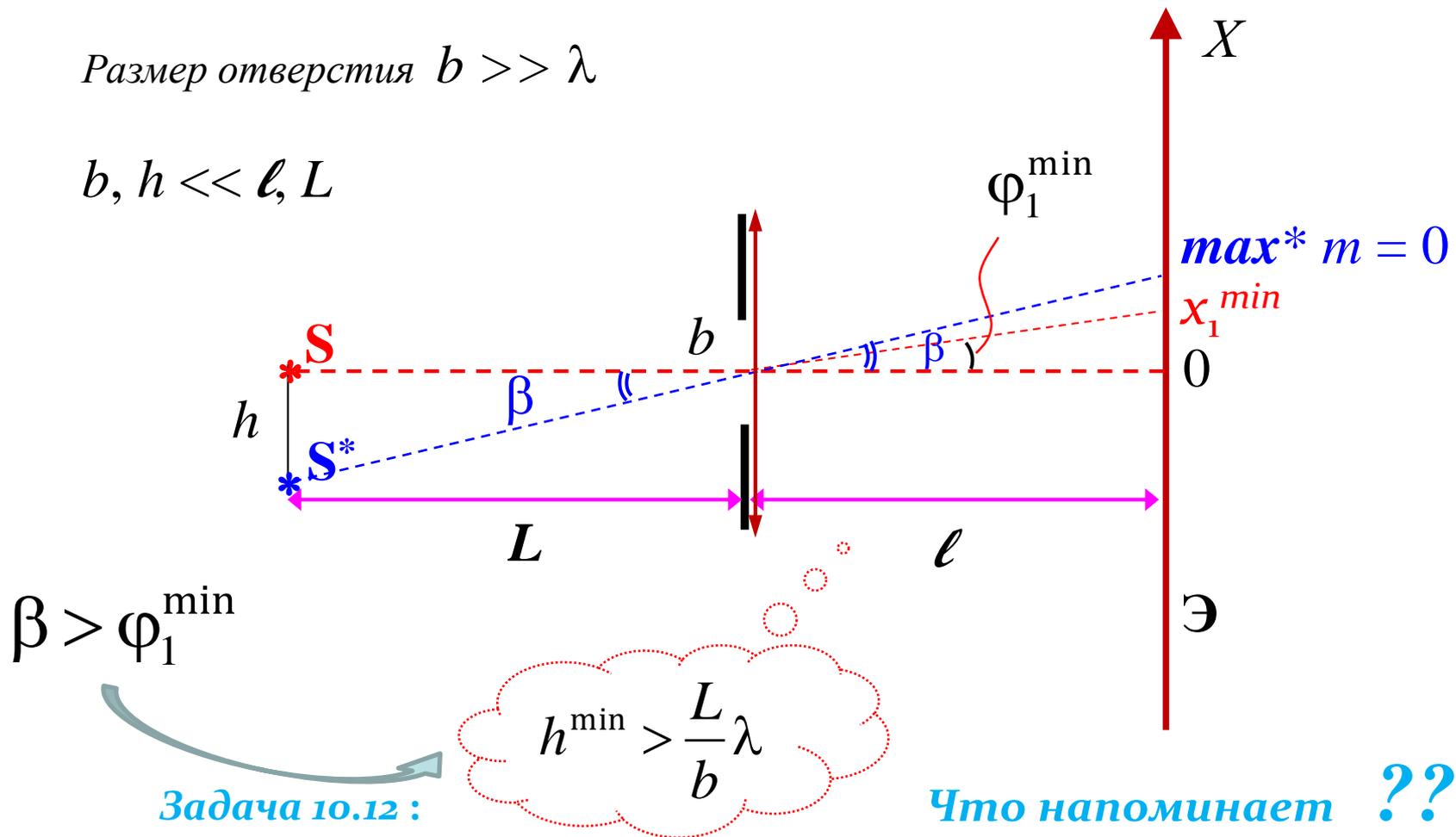
“Фраунгофер” !



## 4.2.2. Предельное пространственное разрешение удалённых объектов оптическими приборами

Размер отверстия  $b \gg \lambda$

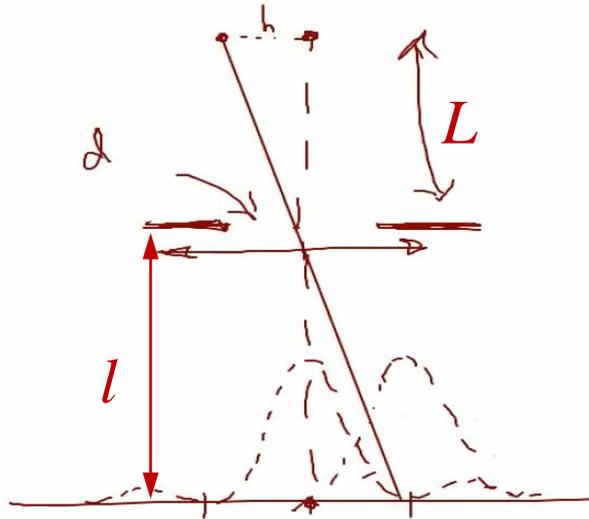
$b, h \ll \ell, L$



\*) **Круглое отверстие:**  $d \cdot \sin \varphi_1^{\min} = \pm 1,22 \cdot \lambda$  (поправка 22% на  $h^{\min}$ )

\*\*) **Объекты на Луне.** Глаз:  $h^{\min} \approx 50$  км; Телескоп Хаббл ( $d = 2,5$  м):  $h^{\min} \approx 100$  м.

**Задача 10.12.** Может ли охотник различить невооруженным глазом двух волков, находящихся от него на расстоянии  $L = 5 \text{ км}$ ? Или он примет их за одного медведя? Расстояние между волками  $h = 1 \text{ м}$ . Диаметр зрачка глаза  $d = 4 \text{ мм}$ .



???

Учёт

дифракции

10.12

$$L = 5 \text{ км}$$

$$d = 4 \text{ мм}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$d\lambda \sim 10^4 \gg 1$  ! **НО:**

$$h_{\min} = \frac{L}{b} \cdot \lambda = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ м}}{4 \cdot 10^3} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \approx 6 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 60 \text{ см}$$

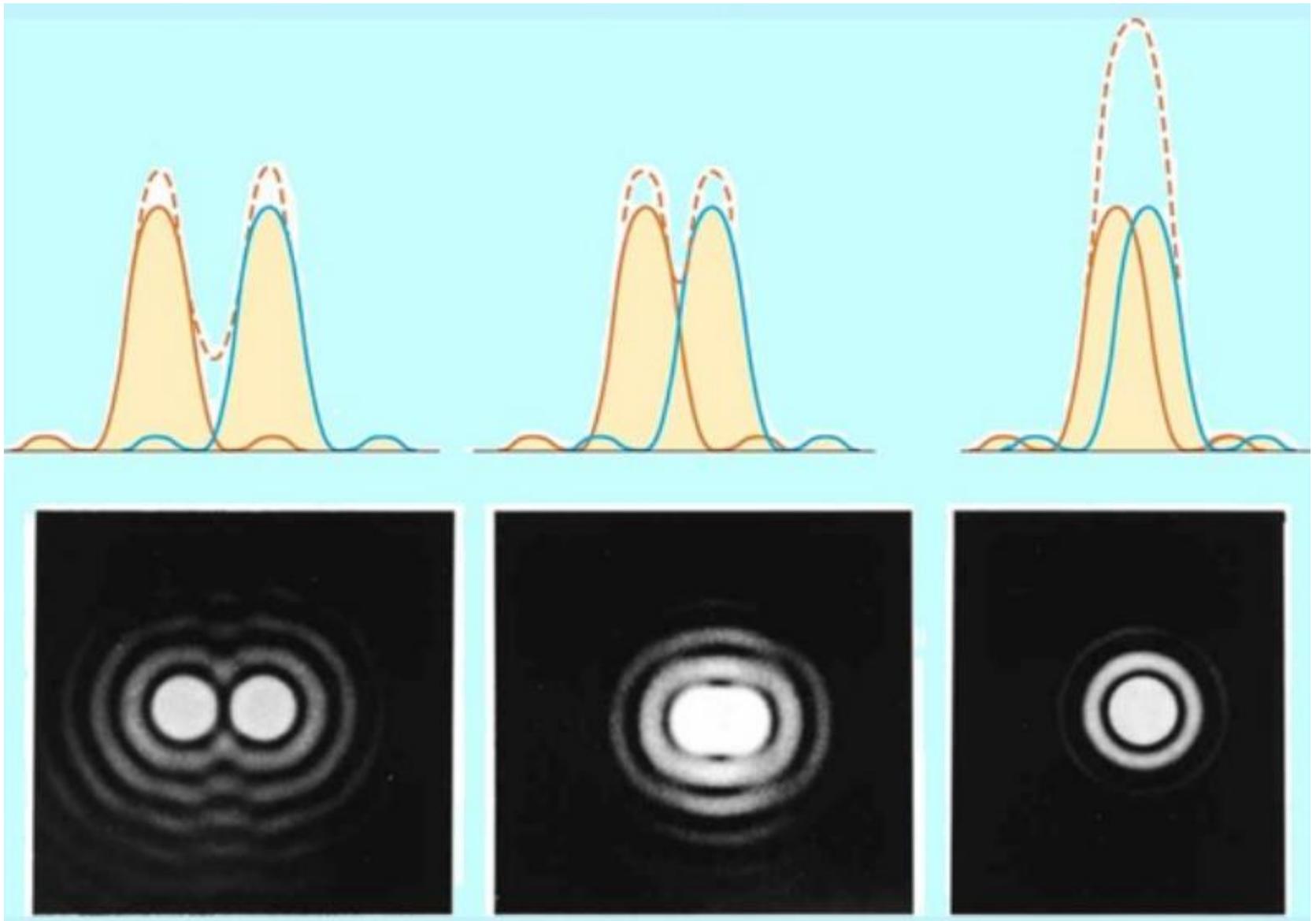
$$\beta > \varphi_i^{(\min)}$$

$$b \rightarrow d$$

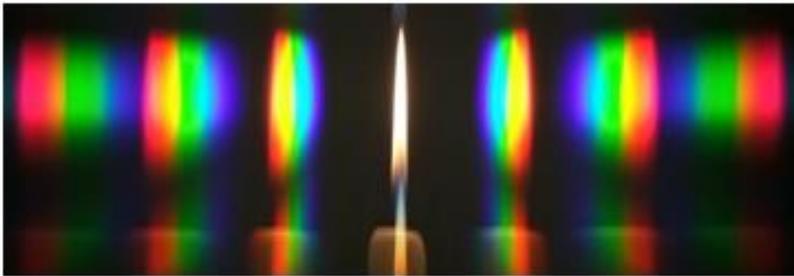
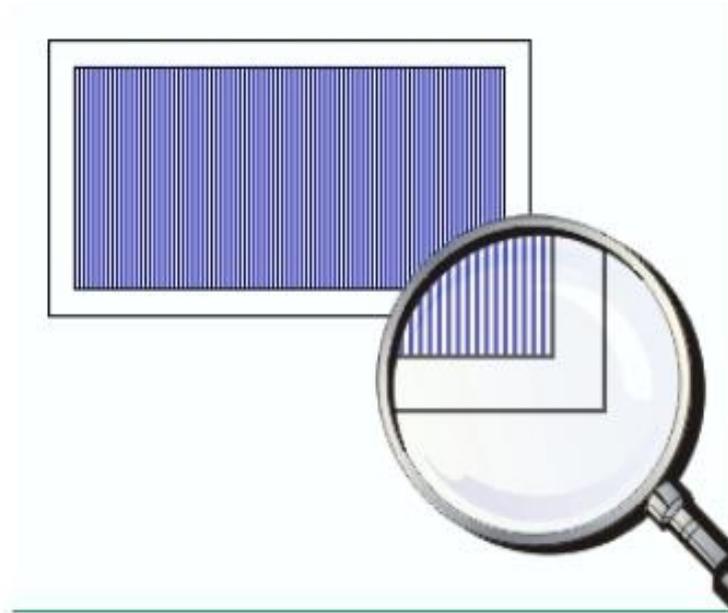
$$\frac{h}{L} > \frac{\lambda}{b}$$

$$d \sin \varphi = \pm 1,22 \cdot \lambda \quad \text{---} \rightarrow \quad h_{\min}^* = 1,22 \cdot 60 \text{ см} \approx 76 \text{ см}$$

# Предел разрешения оптических приборов. Критерий Рэля

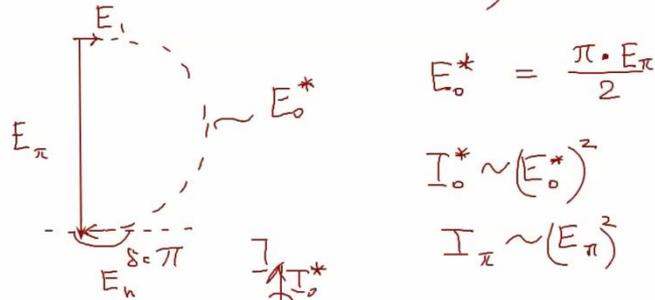


## § 5. Дифракционная решётка



Пример:  $\delta = \pi$  ( $\rightarrow \varphi$ )

а)  $\xrightarrow{E_0^*}$



$$E_0^* = \frac{\pi \cdot E_\pi}{2}$$

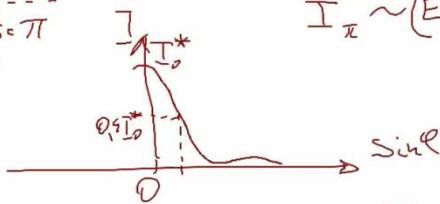
$$I_0^* \sim (E_0^*)^2$$

$$I_\pi \sim (E_\pi)^2$$

$$I_0^* = \frac{\pi^2 \cdot I_\pi}{4}$$

$$I_\pi = \frac{4}{\pi^2} \cdot I_0^* \quad (\approx 0,4 I_0^*)$$

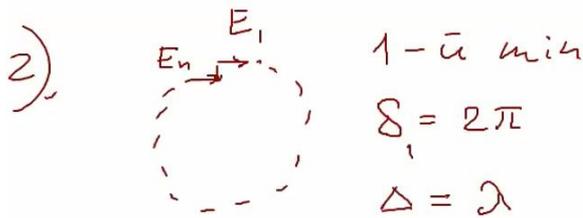
40%



$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta$$

$$\delta = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin \varphi = \pi \quad \Rightarrow \quad \varphi$$

(o.p.x.)  $\Delta = b \cdot \sin \varphi$



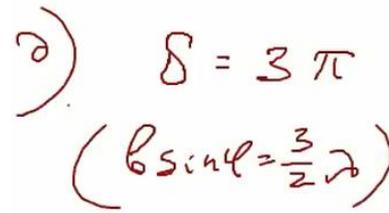
$$1 - \bar{u} \text{ min}$$

$$\delta = 2\pi$$

$$\Delta = \lambda$$

$$b \cdot \sin \varphi_1^{\text{min}} = \pm \lambda;$$

$$\sin \varphi_1 = \pm \frac{\lambda}{b}$$



$$E_0^* = \frac{3}{2} \pi E_\pi$$

$$I_0^* = \frac{9\pi^2}{4} I_\pi;$$

$$\frac{I_0^*}{I_\pi} = \frac{9\pi^2}{4} \approx 22$$

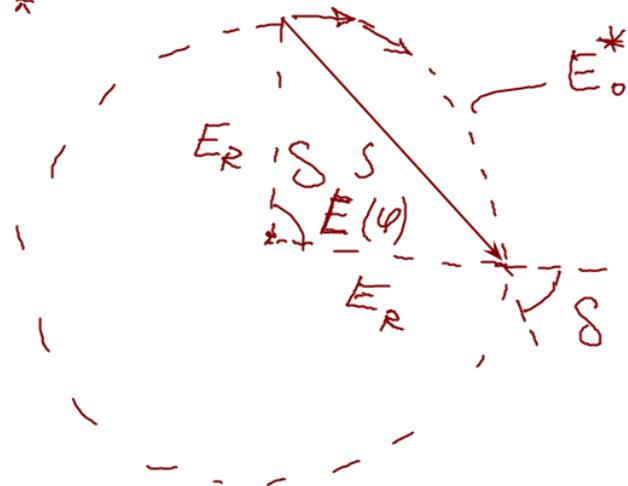
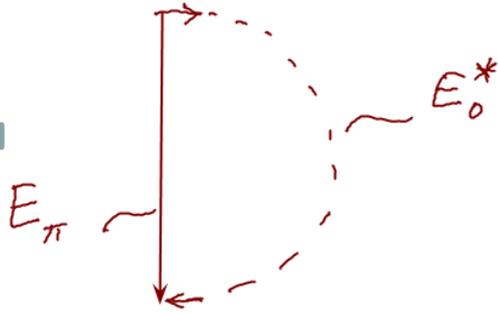
$$\text{min: } b \sin \varphi = \pm m \cdot \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{max: } \varphi = 0; \quad b \sin \varphi = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Пример

Доска

b)  $\delta = \pi \leftarrow \varphi_{\pi}$

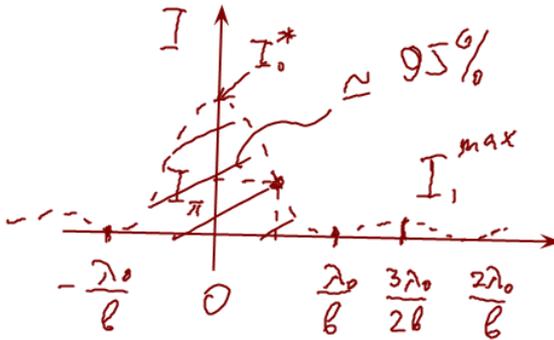


$$I(\varphi) = 4 \frac{I_0^*}{\delta^2} \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

$$I(\varphi) = I_0^* \cdot \frac{\sin^2 \frac{\delta}{2}}{(\delta/2)^2} = I_0^* \left( \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\delta/2} \right)^2$$

$$\Theta = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda_0}$$

$$I(\varphi) = I_0^* \left( \frac{\sin \Theta}{\Theta} \right)^2$$



$$E^2(\varphi) = 2E_R^2 - 2E_R^2 \cos \delta = 2E_R^2 (1 - \cos \delta)$$

$$E_0^* = E_R \cdot \delta \Rightarrow E_R = \frac{E_0^*}{\delta}$$

$$E^2(\varphi) = 4E_R^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \sim I(\varphi)$$

$$\left. \begin{aligned} E_0^* &= \frac{\pi \cdot E_{\pi}}{2} \\ I_0^* &\sim (E_0^*)^2 \\ I_{\pi} &\sim (E_{\pi})^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} I_0^* &= \frac{\pi^2 \cdot I_{\pi}}{4} \\ I_{\pi} &= \frac{4}{\pi^2} \cdot I_0^* \quad (\approx 0.4 I_0^*) \end{aligned}$$

40%