Лекция 8. *Интерференция волн*

Электро-магнитные волны – продолжение ....

Уже было:

2.2. Вывод волнового уравнения

Скалярное произведение

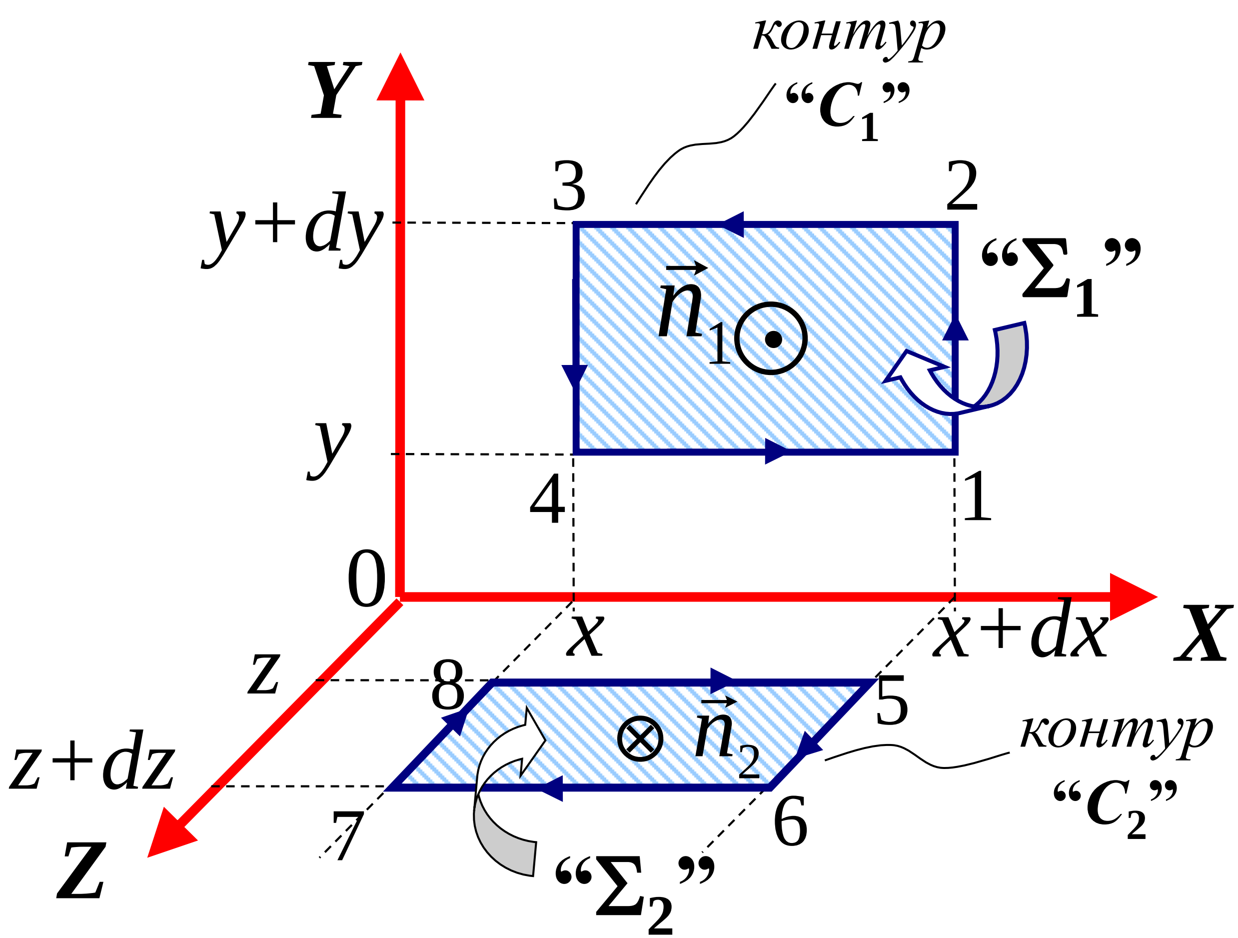
$$\begin{cases} \oint\limits_{"C_1"} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\int\limits_{"\Sigma_1"} \vec{B}\cdot d\vec{s}\ ; & \text{(I)} \\ \oint\limits_{"C_2"} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\dfrac{\partial}{\partial t}\int\limits_{"\Sigma_2"} \vec{E}\cdot d\vec{s} & \text{(II)} \end{cases}$$

ЭМИ “по Максвеллу”

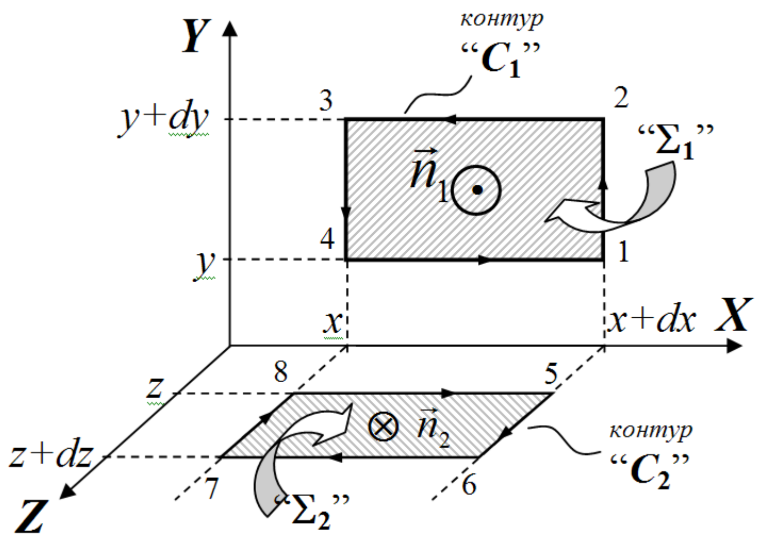
***Теорема о циркуляции “по Максвеллу”*:**

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E} = \vec{E}(x,t) \\ \vec{B} = \vec{B}(x,t) \end{array}\right] \Leftrightarrow \text{"}\textit{плоская волна}\text{"}$$

К выводу уравнения электромагнитной волны



dx и dy – бесконечно малые !!



$$\oint_{C_1} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1$$

$$\int_1^2 E_y \cdot dl = E_y(x+dx)\cdot dy\,; \qquad \int_3^4 E_y \cdot dl = -E_y(x)\cdot dy\,;$$

$$\int_2^3 E_x \cdot dl = -\int_4^1 E_x \cdot dl\,; \quad \Rightarrow \quad \int_2^3 + \int_4^1 = 0$$

$$\oint_{C_1} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \left[E_y(x+dx) - E_y(x)\right]\cdot dy = \frac{\partial E_y}{\partial x}\cdot dxdy$$

$$\oint_{C_1} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{\partial E_y}{\partial x}\cdot dxdy\,;$$

$$\int_{\Sigma_1} \vec{B}\cdot d\vec{s} = B_z \cdot dxdy\,;$$

(I)

$$\boxed{\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \qquad (1a)}$$

$$\int_{C_2} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \left[B_z(x+dx) - B_z(x)\right]\cdot dz = \frac{\partial B_z}{\partial x}\cdot dxdz\,,$$

$$\int_{\Sigma_2} \vec{E}\cdot d\vec{s} = -E_y \cdot dxdz\,.$$

$$\oint_{C_2} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\int_{\Sigma} \vec{E}\cdot d\vec{s}\,;$$

(II)

$$\boxed{\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \qquad (2a)}$$

… а теперь дифференцируем эти равенства по координате: $\frac{\partial}{\partial x}(...)$

и, меняя последовательность дифференцирования в правой части, делаем подстановки

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

Или:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \upsilon^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}}, \qquad \boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = \upsilon^2 \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}}$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$$

2.3. Важные выводы

1) Уравнения для $\vec{E} = \vec{E}(x,t)$ *и* $\vec{B} = \vec{B}(x,t)$ *идентичны ;*

2) Фазовая скорость $\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$,

и даже БЕЗ СРЕДЫ (ε = 1, μ = 1) получаем

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3\cdot 10^8 \ м/с$$!

Свет – электромагнитная волна! $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$; $\upsilon = c/n$

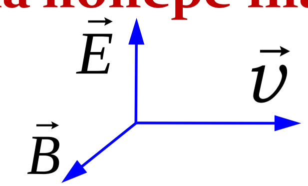
3) Решения ?? Например:

$$\boxed{\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - kx)}$$

$$\boxed{\vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 \cdot \cos(\omega t - kx)}$$

Продольная или поперечная ?

Волна поперечная ! ⇐ **только** E_y **и** B_z **в уравнениях!**



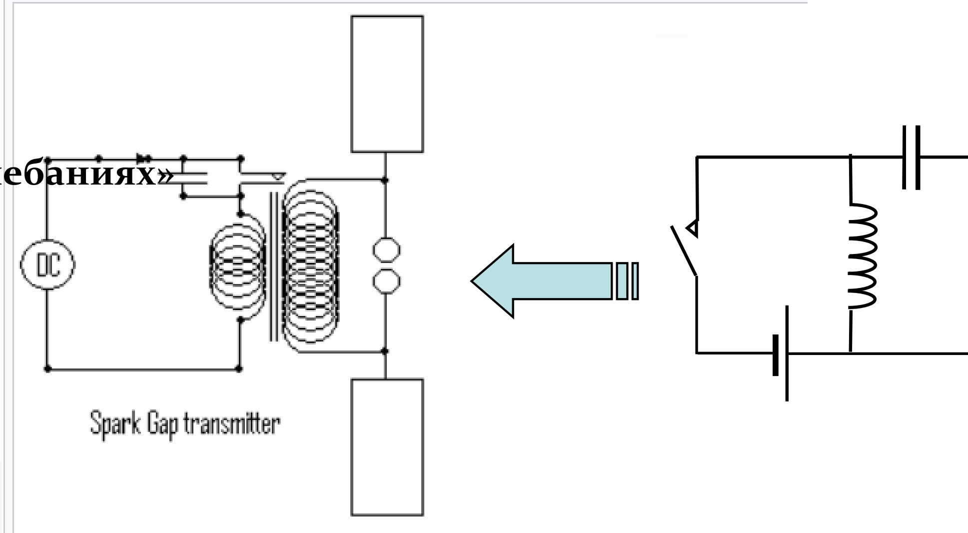
А ещё ... ??? ⇒ **п. 2.4.**

Вибратор Герца

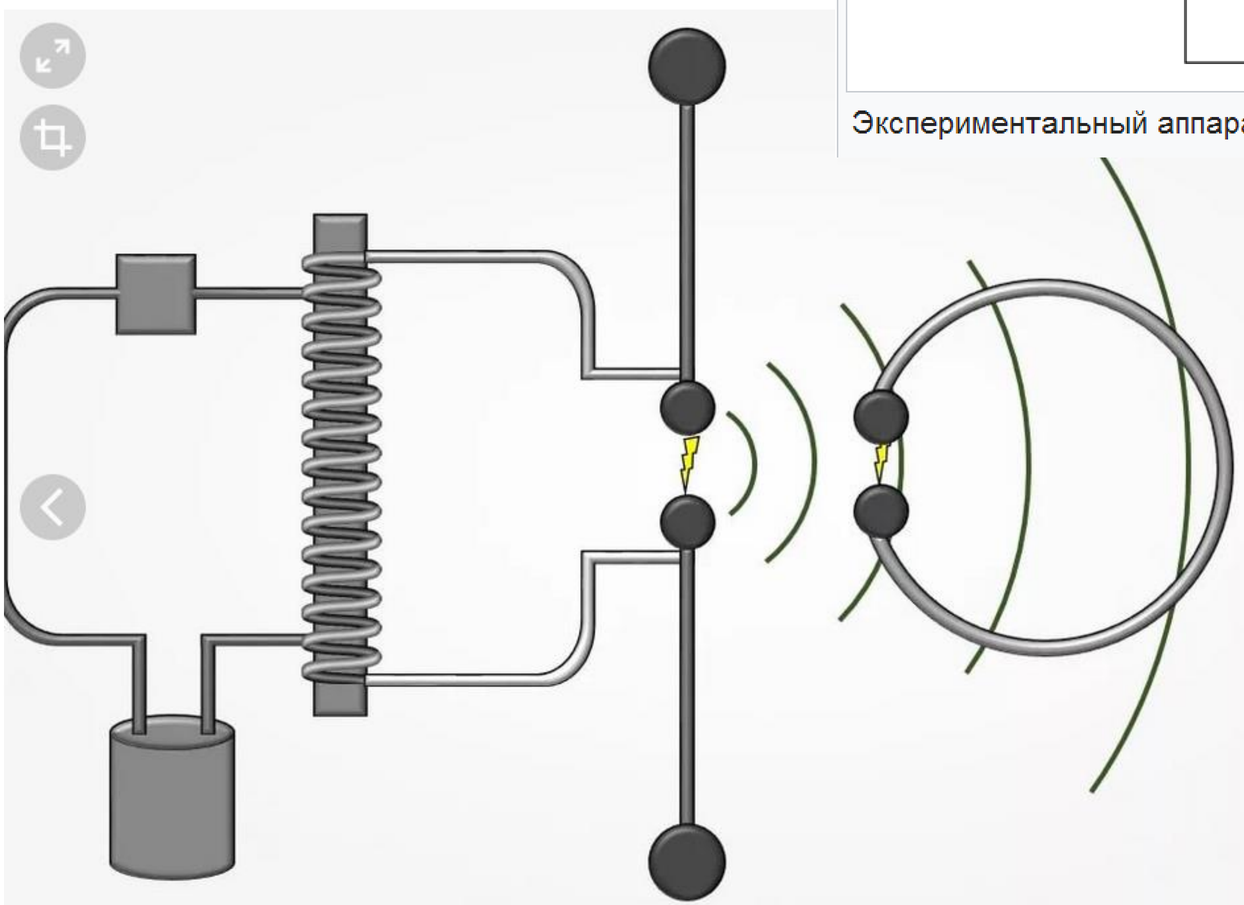
1887: «Об очень быстрых электрических колебаниях»

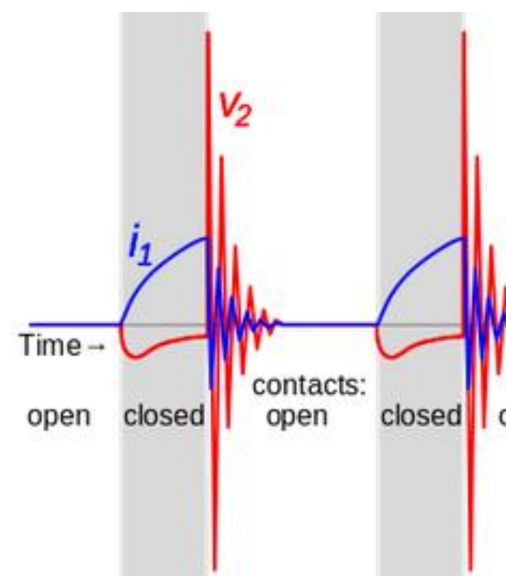
1888: «О лучах электрической силы»

1888: «Об электродинамических волнах в воздухе и их отражении»



Экспериментальный аппарат Герца 1887 года.

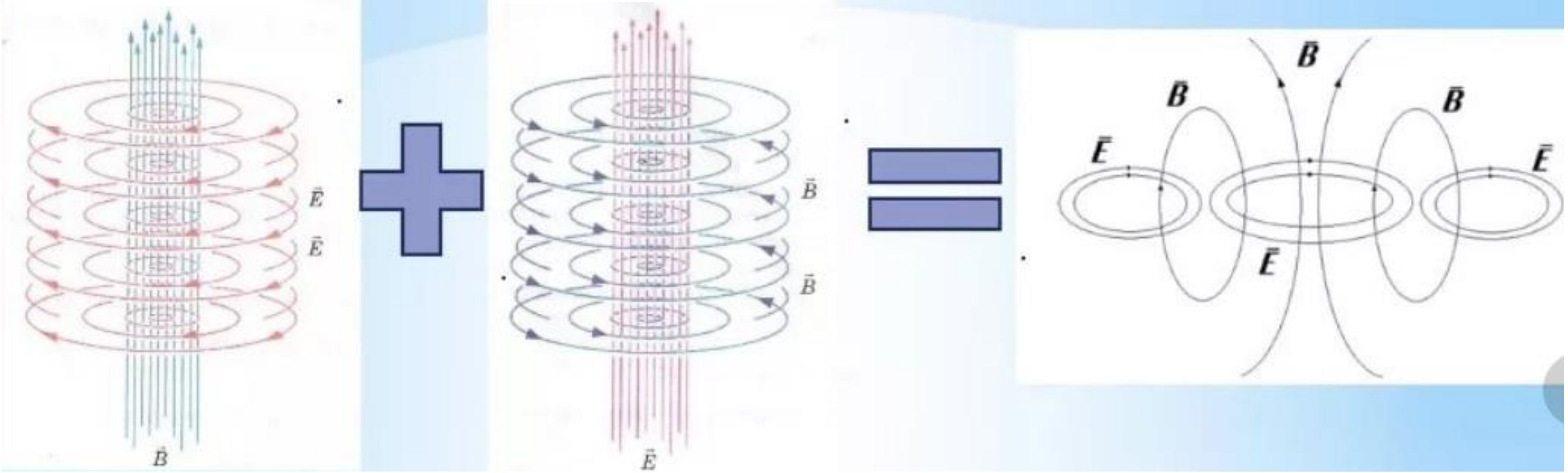


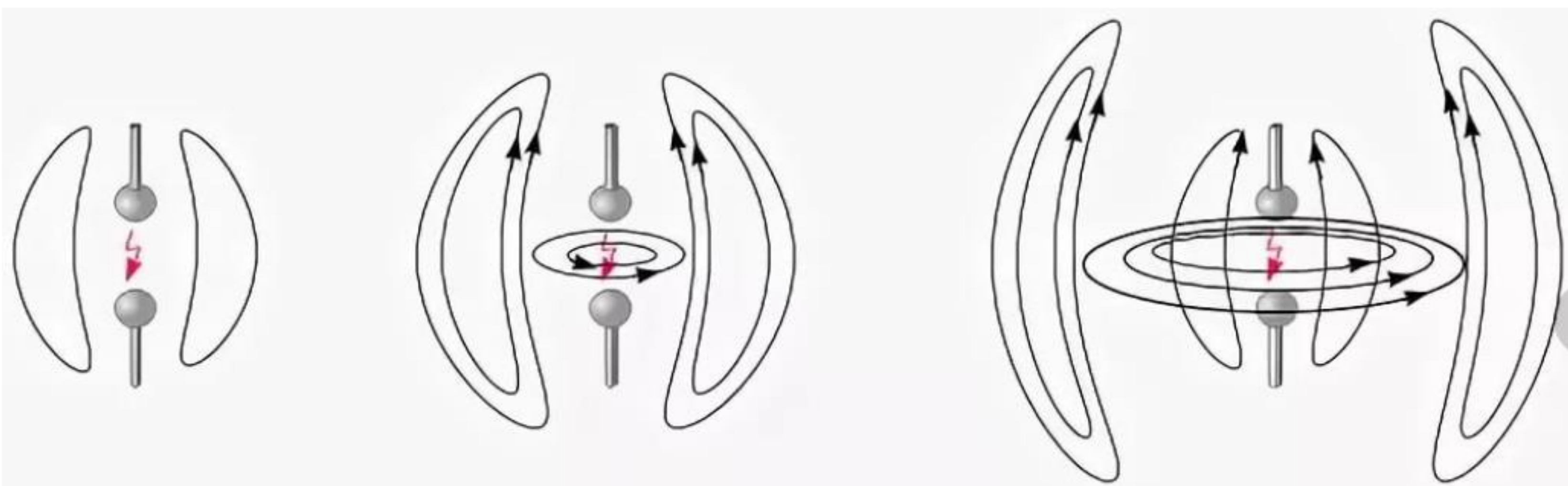


$\approx 30 - 500$ *МГц*

Связанные электро-магнитные поля

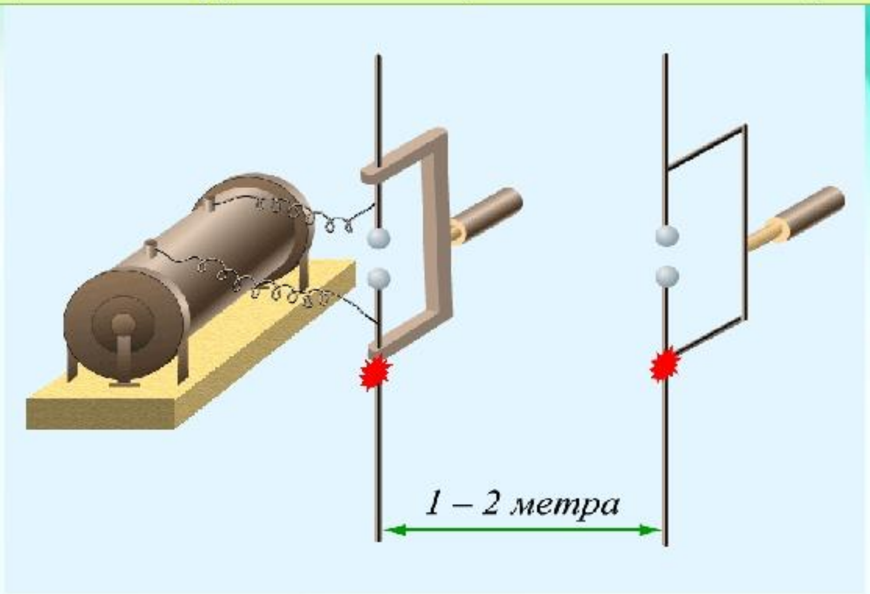
$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E} \qquad\qquad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{B}$$

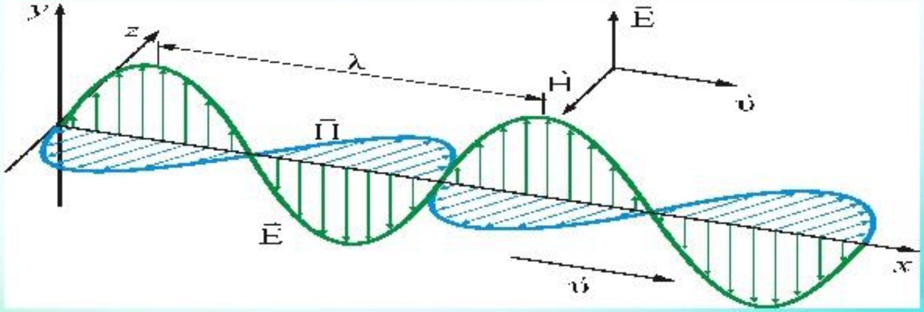




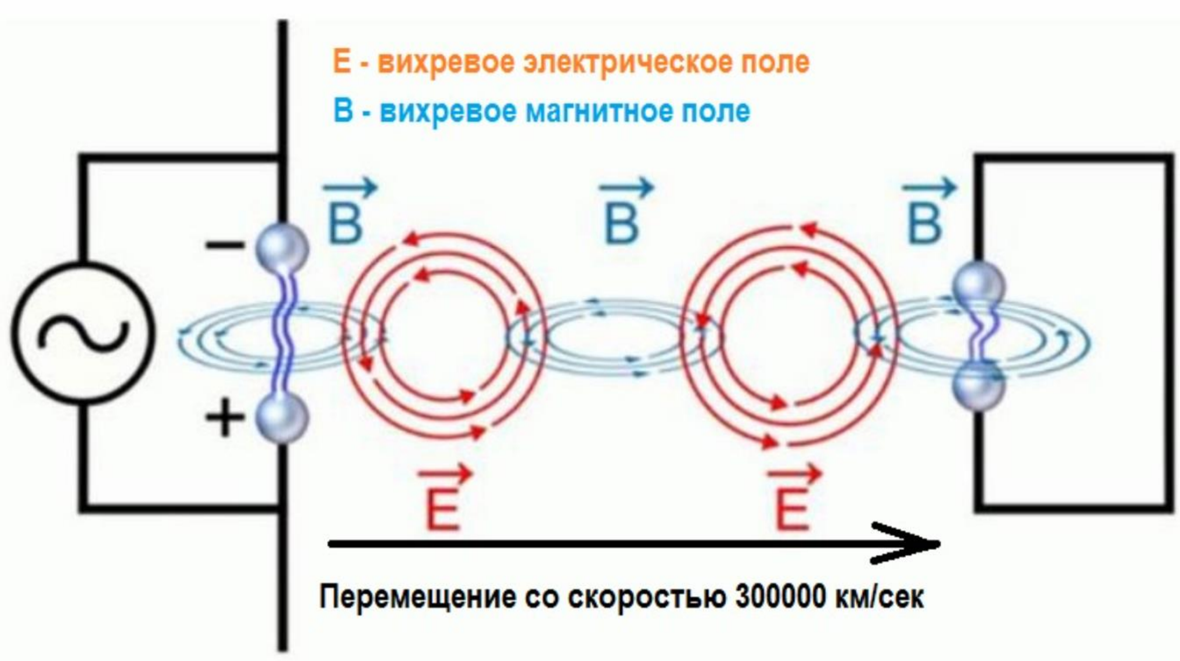
Открытие Герца

Опыт Герца по обнаружению электромагнитных волн (1887 год)





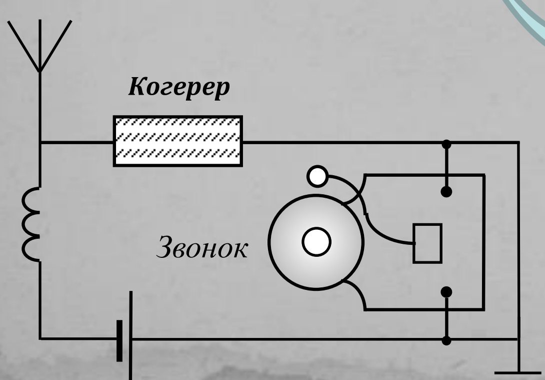
1888: “*Это абсолютно бесполезно. Это только эксперимент, который доказывает, что маэстро Максвелл был прав*” – Г. Герц

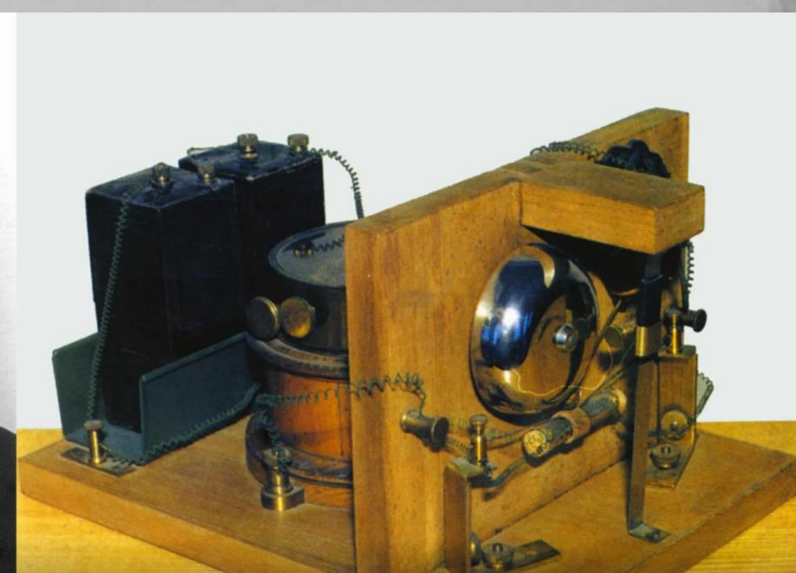


Уравнения Максвелла
1862

Открытие Герца
1887

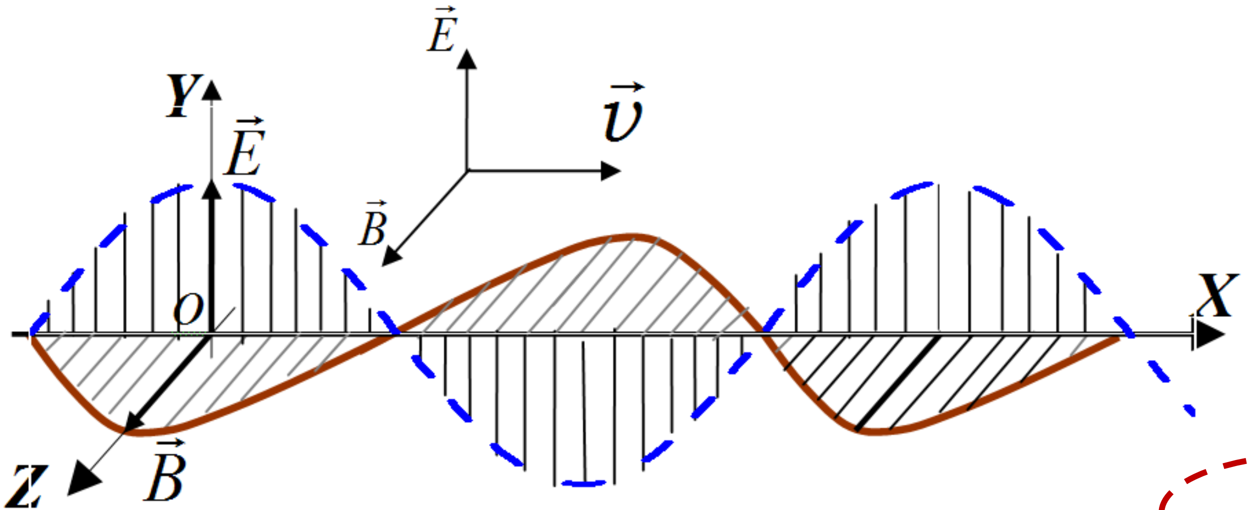
Приёмник Попова
1895





2.4. Фазовые и амплитудные соотношения для электромагнитной волны

$E(x,t) = E_0 \cdot \cos(\omega t - kx);$ $B(x,t) = B_0 \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$



$\varphi = 0$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (1a)$$

$kE_0 \sin(\omega t - kx) = \omega B_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$

$\frac{\omega}{k} = \upsilon$ $\Rightarrow$ $E_0 = \upsilon \cdot B_0$

$B(t) = \frac{E(t)}{\upsilon}$. $\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu\mu_0}$; $\varepsilon\varepsilon_0 E^2(t) = \frac{B^2(t)}{\mu\mu_0}$.

2.5. Характеристики переноса энергии электромагнитной волной

$$w_э = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0}$$

$$w_м = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

$$w = w_э + w_м = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0} = \frac{EB}{\mu\mu_0 \upsilon}$$

Плотность потока энергии

$$S(t) = w(t)\cdot\upsilon = \frac{E(t)B(t)}{\mu\mu_0}$$

Интенсивность

$$I = \langle S(t)\rangle = \langle w(t)\rangle\cdot\upsilon = \frac{E_0 B_0}{2\mu\mu_0}$$

Вектор Пойнтинга

$$\vec{S}(t) = w(t)\cdot\vec{\upsilon} = \frac{[\vec{E},\vec{B}]}{\mu\mu_0}$$

$$\langle\vec{S}(t)\rangle = \langle w(t)\rangle\cdot\vec{\upsilon} = \frac{[\vec{E}_0,\vec{B}_0]}{2\mu\mu_0}$$

Поток

$$\Phi = \int_\Sigma \vec{S}\cdot d\vec{s} = \int_\Sigma S_n ds$$

$$\langle\Phi\rangle = \int_\Sigma \langle\vec{S}(t)\rangle\cdot d\vec{s} = \int_\Sigma \langle S_n(t)\rangle ds$$

(Пример: задача 7.24)

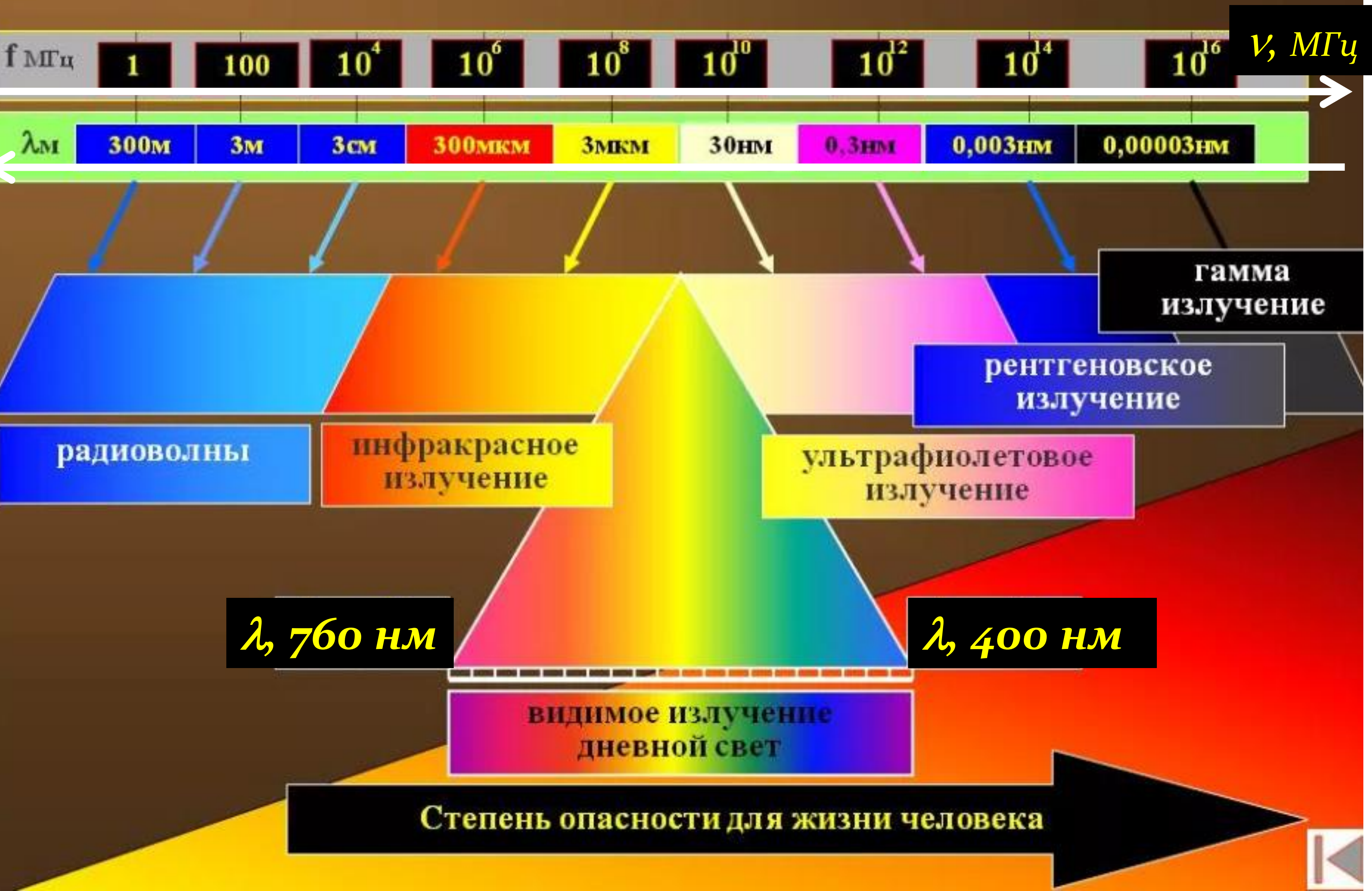
$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \upsilon^2 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2}$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{n}$$

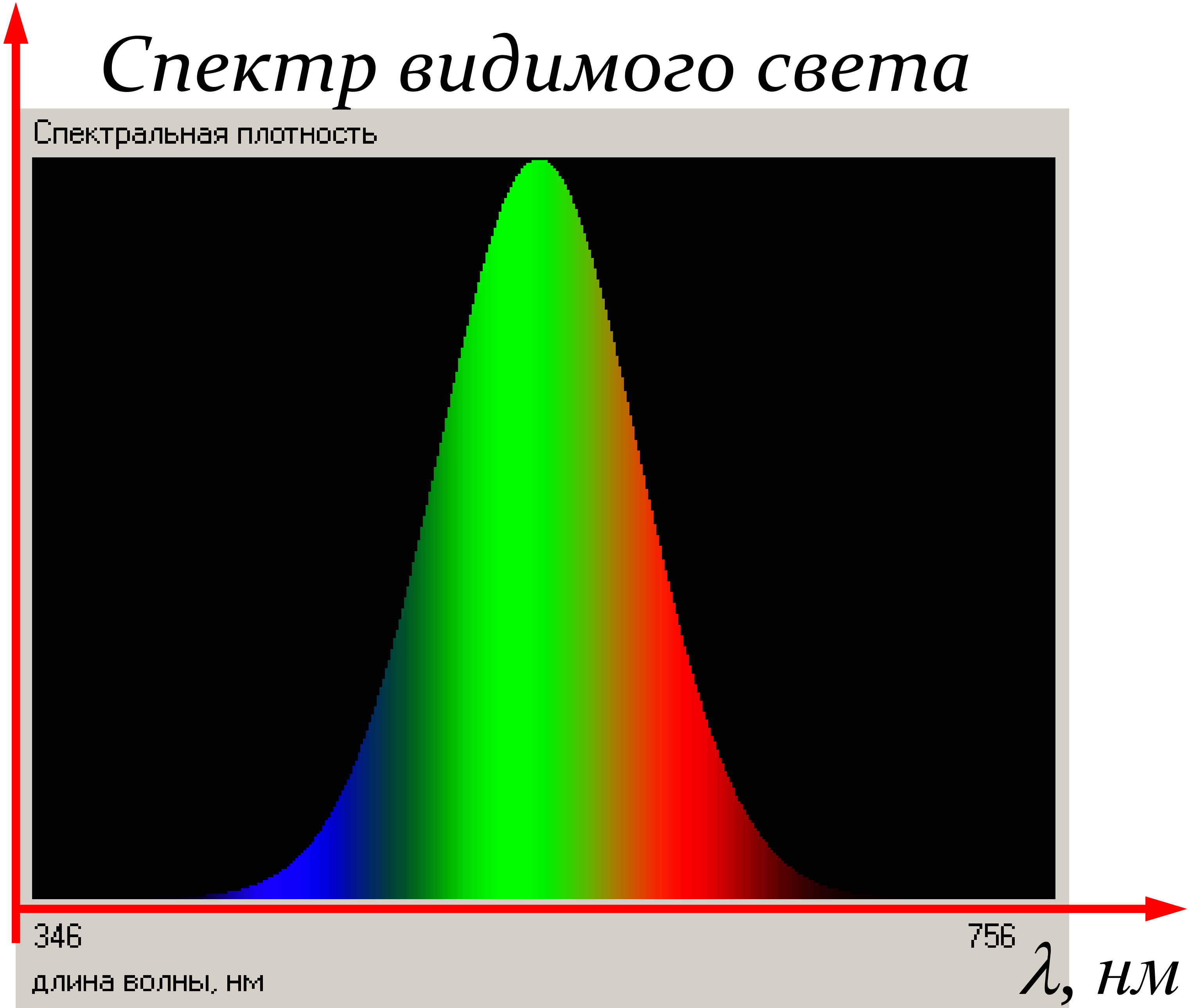
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \ м/с$$

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$$

ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН



Спектр видимого света

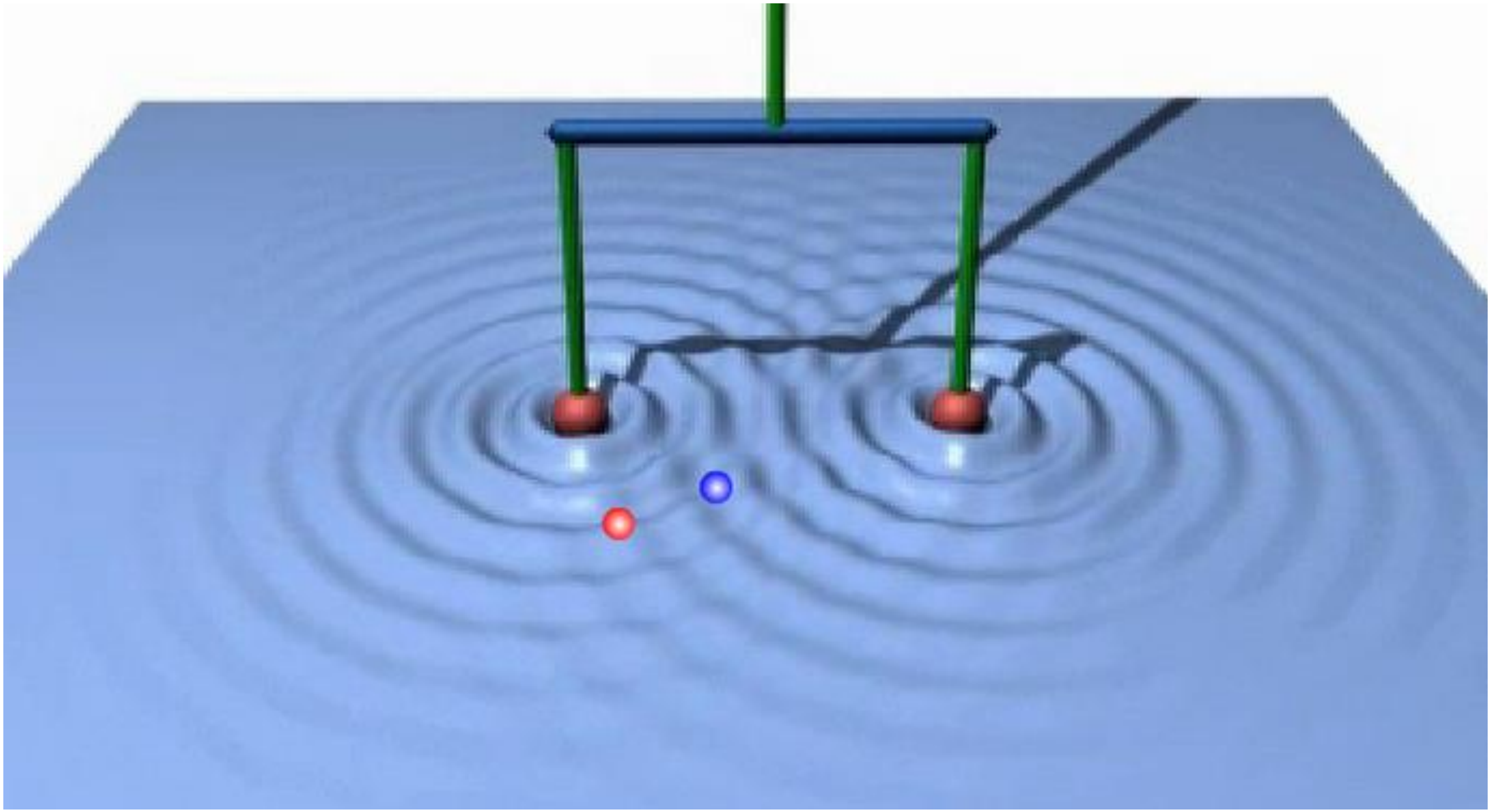


Глава IV. Интерференция света

Природа света ??? *Пифагор* ⇒ *Ньютон / Гюйгенс* ⇒ Т. Юнг

§ 1. *Понятие об интерференции волн*

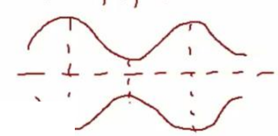
Упругие волны



Доска 1

б) $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \ldots, (2m+1)\pi$

$m = 0, 1, \ldots$



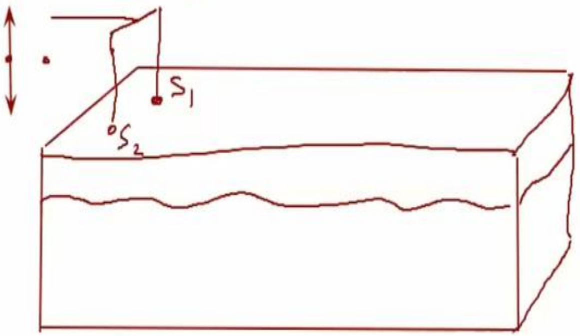
$A_p = 0$ min

$I_p = 0$

max/min

-я картина

$\xi(t) = A\cos\omega t$

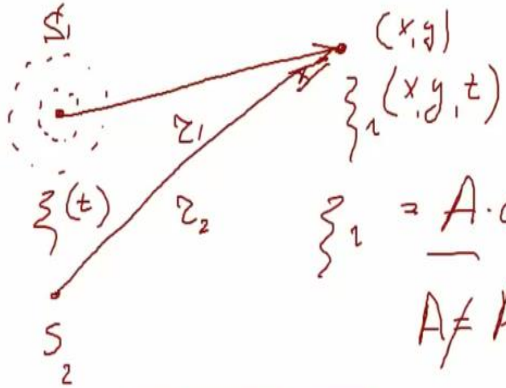


$\xi_p(x,y,t) = \xi_1(x,y,t) + \xi_2(x,y,t)$

$A\cos(\omega t + \varphi_1)$

$=$

$A\cos(\omega t + \varphi_2)$

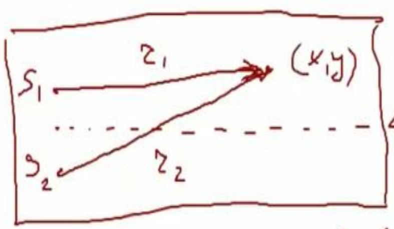


$\delta = \varphi_1 - \varphi_2$

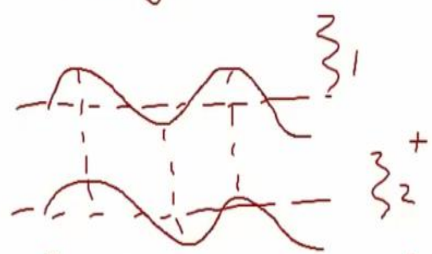
$\xi_1 = A\cdot\cos(\omega t - kr)$

$A \neq A(r)$

$\delta = \delta(x,y)$



$\leftarrow r_1 = r_2 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$



$W \sim A^2 \quad \leftarrow \quad A_p = 2A$

max: $I_p = 4I_0$

$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots, 2m\pi$