

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет**

**кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка**

**по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 20**

**ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ**

**Работу поставил доцент Пустовалов Г.Е.**

**Москва - 2012**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

## ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

**Цель работы:** В работе изучаются колебания крутильного маятника (диска, подвешенного на упругой проволоке) с регулируемым затуханием. Определяются частота и декремент затухания собственных колебаний маятника. Снимаются амплитудные и фазовые резонансные кривые вынужденных колебаний маятника, вызываемых силой, изменяющейся в зависимости от времени по гармоническому закону.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ТЕОРИЯ

В рекомендованной к работе литературе рассматриваются вынужденные колебания груза, подвешенного на пружине. Однако все полученные в них результаты пригодны и для крутильных колебаний. Нужно только заменить в формулах силу на момент силы, массу груза на момент инерции системы, жесткость пружины - на модуль кручения проволоки подвеса, а координату груза - на угол поворота. В частности, под амплитудой  $A$  мы здесь будем подразумевать наибольший угол поворота колеблющегося диска.

Для определения опытным путем величины угла  $\varphi$  сдвига фаз между колебаниями вынуждающей силы (здесь вынуждающего момента силы) и вынужденными колебаниями диска удобно выразить синус этого угла через величины, непосредственно измеряемые на опыте. При этом нужно воспользоваться известной из тригонометрии формулой

$$\sin^2 \varphi = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

и формулой для тангенса этого угла, следующей из теории вынужденных колебаний. После ряда преобразований можно получить

$$|\sin \varphi| = \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{A}{A_{\text{рез}}},$$

где  $\omega_0$  - собственная (круговая) частота колебаний,  $\omega$  - частота колебаний вынуждающей силы,  $A$  - амплитуда колебаний диска при данной частоте вынуждающей силы,  $A_{\text{рез}}$  - амплитуда колебаний диска при резонансе.

## УСТРОЙСТВО ПРИБОРА

Имеется два варианта прибора для изучения вынужденных колебаний *A* (рис. 1) и *B* (рис. 2), которые, несмотря на внешнее различие, имеют одинаковые основные детали. В дальнейшем принцип работы этих приборов будет

объясняться на примере прибора *A* и, в случае необходимости, будут даваться указания на отличительные особенности прибора *B*.

Основной частью прибора является диск 1, подвешенный на упругой проволоке 2. Снизу к диску прикреплен стержень, на котором расположен перевернутый конический стакан 3. Этот стакан, в свою очередь, находится в стакане 4, внутренняя поверхность которого также коническая, между стенками стаканов имеется узкий зазор. В стакан 4 налита вязкая жидкость - касторовое или вазелиновое масло. Стакан 3 можно перемещать по стержню вверх и вниз, закрепляя его в нужном положении винтом 5.

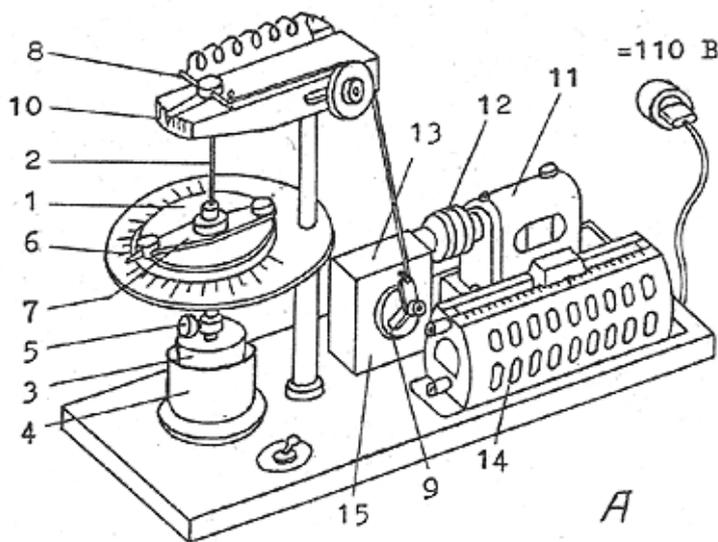


Рис.1

коническая, между стенками стаканов имеется узкий зазор. В стакан 4 налита вязкая жидкость - касторовое или вазелиновое масло. Стакан 3 можно перемещать по стержню вверх и вниз, закрепляя его в нужном положении винтом 5.

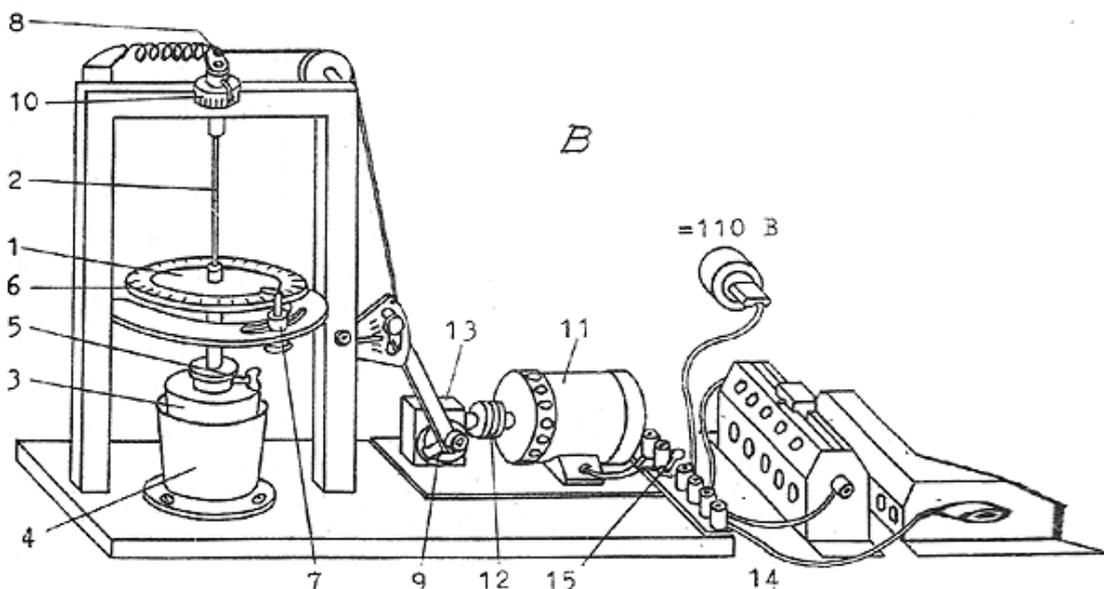


Рис.2

Если диск повернуть на некоторый угол вокруг вертикальной оси, а затем отпустить, то он будет совершать вокруг этой оси крутильные колебания с собственной частотой, которая зависит от момента инерции диска (вместе со стаканом 3) и модуля кручения проволоки. Наличие внутреннего трения в слое жидкости между стаканами приводит к возникновению действующего на стакан 3 момента сил трения, пропорционального угловой скорости диска и вызывающего затухание колебаний. Затухание увеличивается при опускании стакана 3, так как при этом зазор между стенками стаканов уменьшается и одновременно увеличивается глубина погружения в масло стакана 3. Амплитуду колебаний диска можно измерять при помощи шкалы 6 и указателя 7, расположенного на диске. У прибора В шкала расположена на диске, а указатель - на стойке рядом с ним.

Верхний конец проволоки закреплен на втулке, на которой имеется рычаг 8. К рычагу привязана нить, перекинутая через блок. Другой конец нити привязан к ушку эксцентрика 9. В случае прибора В нить связана с эксцентриком через шатун и качающийся сектор. Вращение эксцентрика вызывает крутильные колебания верхнего конца проволоки, близкие к гармоническим, частота которых равна частоте вращения эксцентрика. За углом поворота верхнего конца проволоки можно следить при помощи стрелки, движущейся вдоль шкалы 10. Проволока при закручивании действует на диск. В результате диск совершает вынужденные колебания с той частотой, с которой происходит вращение эксцентрика.

Вращение эксцентрика осуществляется электрическим мотором 11 через муфту 12 и редуктор 13. Редуктор уменьшает скорость вращения мотора в 120 раз. Мотор включается в сеть постоянного тока с напряжением 110 В (по шунтовой схеме). Скорость вращения мотора регулируется изменением силы тока в якоре мотора при помощи реостата 14. Для удобства регулирования скорости вращения мотора реостат снабжен шкалой, по которой отмечается положение движка реостата. При увеличении отсчета по этой шкале скорость вращения мотора увеличивается. Пуск и остановка мотора производится выключателем 15.

### **Включение и проверка прибора**

1. Поставить выключатель 15 в положение «*ВЫКЛ*», а движок реостата 14 - на наименьшее деление шкалы.
2. Вставить вилку в розетку с напряжением 110 В постоянного тока.
3. Включить выключатель 15 и убедиться, что мотор вращается (если мотор не вращается, следует немного сдвинуть движок реостата до начала работы мотора, а затем вернуть движок обратно). Проследить за движением стрелки по шкале 10. Отклонения стрелки должны быть одинаковыми в обе стороны и составлять по 5-6 делений. Если отклонения отличаются от указанных, следует обратиться к лаборанту;
4. Остановить мотор в тот момент, когда стрелка проходит вблизи нуля шкалы 10. Вращая рукой муфту 12, установить стрелку на нуль. Дать диску успокоиться. Стрелка указателя 7 должна стоять против нуля шкалы 6. Если это

не выполняется, то следует, придерживая диск рукой, повернуть указатель относительно диска за одну из его головок (не за стрелку!) так, чтобы стрелка указывала на нуль. В случае прибора *B* освободить гайку, крепящую указатель (она находится снизу), подвинуть указатель так, чтобы его стрелка показывала на нуль и закрепить его снова. Дать диску успокоиться и снова проверить положение стрелки указателя. При необходимости повторить регулировку.

**ВНИМАНИЕ!** При дальнейшей работе не дотрагиваться до указателя, чтобы не изменить его положения.

## Упражнение 1

### ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

(При изучении собственных колебаний мотор не включается)

#### 1. Измерение периода и частоты собственных колебаний

Отпустить винт 5, поднять стакан 3 насколько возможно вверх и закрепить его в этом положении винтом 5.

Отклонить диск двумя руками по возможности горизонтально примерно на 100 делений шкалы 6 и отпустить его без толчка. Измерить секундомером время полных 10 колебаний диска *три раза* (останавливать диск перед каждым измерением не нужно). Найти среднее время 10 колебаний и вычислить период  $T_0$ , а затем частоту  $\nu_0 = 1/T$  собственных колебаний. Вычислить полную абсолютную погрешность значения частоты.

#### 2. Установка декремента затухания

Опустить стакан 3 в стакан 4 приблизительно до половины стакана и закрепить его в этом положении. Повернуть диск руками так, чтобы указатель показывал деление  $A_1 = 100$ , стараясь не перекосить при этом диск. Затем отпустить диск без толчка. Заметить деление  $A_2$ , до которого отклонился указатель положения диска при его возвращении в ту сторону, на которой он находился в начальный момент. Для последующего изучения вынужденных колебаний необходимо, чтобы значение  $A_2$  лежало между 60 и 70. Если для  $A_2$  получилось значение, выходящее за эти пределы, нужно стакан 3 поднять (при  $A < 60$ ) или опустить (при  $A_2 > 70$ ). Закрепив стакан в новом положении, найти новое значение  $A_2$ . Повторять указанные выше действия до тех пор, пока  $A_2$  не окажется в заданных пределах.

#### 3. Нахождение декремента затухания

Повернуть диск на 100 делений и отпустить его без толчка. Заметить и записать ряд последовательных наибольших отклонений (амплитуд колебаний) диска в одну сторону  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ . В качестве  $A_1$  принять начальное

отклонение, равное 100 делениям. Отклонения, величина которых менее 10 делений, учитывать не нужно. Если какие-либо из отклонений запомнить и записать не удалось, то измерения следует повторить, обращая внимание на пропущенные значения. По формуле

$$\Delta = A_k / A_{k+1}$$

вычислить декремент затухания  $\Delta$  для каждой пары последовательных отклонений. Результаты измерений удобно записывать в таблицу 1.

Таблица 1

Номер отклонения, k	1	2	3	4
Амплитуда, $A_k$	100			
Декремент затухания $\Delta = A_k / A_{k+1}$				

Далее следует найти среднее значение декремента затухания  $\Delta_{cp}$  и вычислить логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \Delta_{cp}$$

## Упражнение 2 ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

### 1. Снятие резонансных кривых при малых затуханиях

Кривые снимаются при затухании, установленном в предыдущем упражнении. В начале работы, не включая мотор и не касаясь диска, вращением вручную муфты 12 устанавливают стрелку шкалы 10 на наибольшее отклонение в какую-либо сторону. При этом указатель отклонения диска должен показать по шкале 6 также наибольшее отклонение. Это отклонение представляет собой амплитуду статического отклонения, соответствующего нулевой частоте (бесконечному периоду) вынуждающей силы. Статическое отклонение нужно измерить и для отклонения диска в другую сторону. Для этого можно, включив мотор на короткое время, выключить его в тот момент, когда стрелка на шкале

Таблица 2

№№	Положение движка реостата	Время пяти колебаний $t, C$				Амплитуда $A$ , град	Период $T = t/5$ , C
		1	2	3	ср		
1	-	-	-	-	-		

10 будет подходить к крайнему положению, а затем установить стрелку на наибольшее отклонение, вращая муфту 12 вручную. Среднее значение этих двух статических отклонений заносится, в первую строку графы значений амплитуд таблицы 2. При расчерчивании этой таблицы нужно иметь в виду, что в ней должно быть не менее 20 строк.

Поставить движок реостата в первое положение, указанное в таблице, помещенной на столе возле прибора. Включить мотор и выждать минуту для установления скорости его вращения. При помощи секундомера измерить три раза время 5 колебаний вынуждающей силы, следя за колебаниями стрелки по шкале 10. Полученные значения записать в таблицу 2.

За время, пока проводятся эти измерения, колебания диска обычно успевают установиться. Это нужно проверить, наблюдая в течение некоторого времени за колебаниями диска по шкале 6. Если в продолжение 5-6 колебаний амплитуда меняется меньше, чем на 5 делений, то колебания можно считать установившимися. Иначе нужно выждать еще 0,5-1 минуту и снова проверить установление колебаний. После установления колебаний произвести отсчет амплитуды вправо и влево и, взяв среднее значение, записать в таблицу 2.

Ставя движок реостата в последующие положения, указанные в таблице, помещенной на столе возле прибора, проделать подобные измерения для всех положений движка. Полученные значения занести в соответствующие графы таблицы 2.

**ВНИМАНИЕ:** В промежутках между измерениями при передвижении движка реостата **МОТОР НЕ ВЫКЛЮЧАТЬ!** Если при приближении к резонансу амплитуда колебаний диска превысит 120 делений, то во избежание поломки прибора следует немедленно **ВЫКЛЮЧИТЬ МОТОР** и обратиться к лаборанту.

Полезно обратить внимание на то, что в начале измерений при малых частотах колебаний вынуждающей силы (до резонанса) направления колебаний вынуждающей силы и диска совпадают: стрелки по шкалам 6 и 10 движутся одновременно в одну и ту же сторону. Наоборот, в конце измерений при больших частотах (после резонанса) направления колебаний вынуждающей силы и диска противоположны: колебания диска отстают по фазе от колебаний вынуждающей силы почти на  $180^\circ$ , и стрелки по шкалам 6 и 10 движутся навстречу друг другу-

**2 Снятие резонансных кривых при большом затухании** (Выполняется по указанию преподавателя) Производят установление на ноль шкалы 10 (см. пункт 4 раздела "Включение и проверка прибора"). Опуская стакан 3, добиваются такого затухания колебаний диска, при котором значение амплитуда  $A_2$ , второго отклонения (при начальном отклонении  $A_1 = 100$  делений) лежит в пределах между 45 и 50 делениями. Измеряют декремент

затухания, заносая результаты в таблицу 3, аналогичную таблице 1 (см. пункты 2 и 3 упражнения 1).

Проводят измерения в том же порядке, что и в случае малого затухания, устанавливая диск реостата в положения, указанные в таблице, помещенной на столе, для большого затухания. Результаты измерений заносят в таблицу 4, аналогичную таблице 2.

### Построение резонансных кривых

На основании результатов измерений, занесенных в таблицы 2 и 4, для каждой строки этих таблиц вычисляют частоту колебаний  $\nu = 1/T$  вынуждающей силы и ее отношение к собственной частоте  $\nu_0$ , найденной в упражнении 1, т.е. величину  $\nu/\nu_0 = \omega/\omega_0$ . Полученные значения заносят в таблицу 5 для малого затухания и в аналогичную таблицу 6 для большого затухания

Таблица 5

№ №	Частота $\nu, \text{с}^{-1}$	$\nu/\nu_0 = \omega/\omega_0$	$A/A_{\text{рез}}$	$ \sin \varphi  = \frac{\omega}{\omega_0} \frac{A}{A_0}$	$\varphi, \text{град}$
1	0	0			0

Пользуясь данными таблиц 2-6 строят на миллиметровой бумаге амплитудные резонансные кривые, откладывая по оси абсцисс значения  $\omega/\omega_0$ , а по оси ординат соответствующие значения амплитуды  $A$  колебаний диска (кривые для малого и большого затуханий строят на одном графике).

Найдя на графике максимальные (резонансные) значения амплитуд  $A_{\text{рез}}$ , вычисляют отношения  $A/A_{\text{рез}}$  и значения величины  $|\sin \varphi|$  заносят эти значения в таблицы 5 и 6. Далее вычисляют значения угла  $\varphi$  сдвига фаз между колебаниями вынуждающей силы и вынужденными колебаниями диска. Для этого находят значения арксинуса величины  $|\sin \varphi|$ . При этом следует учитывать, что колебания диска все время отстают по фазе от колебаний вынуждающей силы, т.е. значения  $\varphi$  могут быть только отрицательными. После резонанса значения  $\varphi$  получаются путем вычитания  $180^\circ$  из найденных без учета знака значений угла  $\varphi$ .

Заполнив таким образом три последних столбца таблиц 5 и 6, на миллиметровой бумаге строят на одном графике фазовые резонансные кривые для малого и большого затухания. При этом по оси абсцисс снова откладывают значения  $\omega/\omega_0$ , а по оси ординат (вниз) значения угла  $\varphi$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Д.В. «Механика», изд. Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова 1998 г., глава VIII - Механические колебания, § § 34 – 38.
2. Пустовалов Г.Е. «Введение к задачам на изучение колебаний», методическая разработка, ОПП Физ. ф-та МГУ, 2004 г.
3. Савельев И.В. Курс физики, т.2, М.: Наука, 1989. §§ 63, 65.
4. Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах.  
Книга I, «Механика», 1998 г.,  
гл. 8, Колебательное движение,  
§ 8.1 Общие сведения о колебаниях,  
§ 8.4 Гармонические колебания.  
§ 8.9 Затухающие колебания.  
§ 8.11 Вынужденные колебания.