

Задача № 16

Динамика прямолинейного движения тела на скамье с воздушной подушкой

При подготовке к выполнению этой задачи следует ознакомиться с теорией по учебным пособиям:

1. П.К. Кашкарров, А.В. Зотеев, А.Н. Невзоров, А.А. Склянкин. «Задачи по курсу общей физики с решениями. «Механика. Электричество и магнетизм», М., изд. МГУ, §1 и 2.
2. И.В. Савельев. "Курс физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика", М., изд. Наука, разделы: «Кинематика и динамика материальной точки» .

1. Цель работы

Цель данной работы состоит в экспериментальном изучении кинематики и динамики прямолинейного поступательного движения тел.

Идея эксперимента

Использование горизонтальной скамьи с воздушной подушкой позволяет практически полностью устранить силу сухого трения между движущимся телом и поверхностью.

2. Теоретическая часть

В реальном мире, который и является предметом изучения физики, связи между явлениями, материальными объектами столь разнообразны, что их принципиально невозможно описать во всех деталях. Так же, как человек в повседневной жизни пользуется построенными им моделями поведения, общения, модельными (общими) представлениями о происходящих событиях, так и физика при анализе реального мира создает и использует модели физической действительности. При создании моделей принимаются только существенные для данного круга явлений и объектов свойства и связи.

Созданию моделей предшествует формирование понятий, относящихся к объекту исследования. Например, для обозначения физических тел, размеры которых несущественны в условиях данной задачи, вводится понятие *материальная точка*. Это позволяет при формировании моделей более сложных явлений задавать положение материальной точки её радиус-вектором.

Важнейшим понятием в механике является понятие об *инерциальной системе отсчёта* – такой системе отсчёта, относительно которой тела остаются в состоянии покоя или движутся равномерно и прямолинейно, если на них не действуют другие тела.

Именно для *инерциальных систем отсчёта* сформулированы основные законы классической механики.

Система отсчёта – это совокупность тела отсчёта, связанной с ним системы координат и часов, синхронизованных в каждой точке пространства.

Тело отсчёта – тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

Система координат – совокупность трех некопланарных осей, пересекающихся в одной точке, с указанием на них масштаба. Декартова система координат – это

прямоугольная система координат, оси которой – три взаимно перпендикулярные прямые линии, пересекающиеся в одной точке – начале системы координат.

Часы – прибор для измерения времени, принцип действия которого основан на сравнении длительности исследуемого временного интервала с длительностью выбранного за эталон периодического процесса.

Радиус-вектор – вектор, начало которого совпадает с началом системы координат, а конец – с текущим положением материальной точки:

$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z,$$

где x , y , z – координаты материальной точки в выбранной системе отсчёта, равные проекциям радиус-вектора \vec{r} на оси OX , OY и OZ ; а \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z – единичные векторы («орты») соответствующих направлений.

Закон движения – зависимость радиус-вектора или координат материальной точки от времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_x + y(t) \cdot \vec{e}_y + z(t) \cdot \vec{e}_z.$$

Траектория – линия, вдоль которой движется материальная точка.

Путь – длина участка траектории от начальной до конечной точки движения (Δl).

Перемещение материальной точки $\Delta \vec{r}$ – вектор, начало которого находится в начальной, а конец – в конечной точке движения.

Скорость материальной точки

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \quad \vec{V} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{e}_x + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{e}_y + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{e}_z.$$

Ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}; \quad \vec{a} = \frac{dV_x}{dt} \cdot \vec{e}_x + \frac{dV_y}{dt} \cdot \vec{e}_y + \frac{dV_z}{dt} \cdot \vec{e}_z.$$

Угловая скорость также является векторной величиной:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Уравнения кинематической связи – уравнения, связывающие кинематические характеристики тел системы.

Первый закон Ньютона. Существуют такие системы отсчёта, относительно которых изолированная материальная точка (на которую не действуют силы) движется равномерно и прямолинейно или покоится. Такие системы отсчёта называются **инерциальными**.

Второй закон Ньютона. В инерциальной системе отсчёта ускорение материальной точки пропорционально сумме всех сил, действующих на эту материальную точку:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}.$$

Третий закон Ньютона. Силы взаимодействия двух материальных точек:

- равны по модулю,
- противоположны по направлению,
- направлены вдоль прямой, соединяющей материальные точки,
- одной природы,
- приложены к разным материальным точкам.

Уравнение движения – второй закон Ньютона, записанный в векторной форме или в проекциях на оси инерциальной системы отсчёта:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i \quad \text{или} \quad \begin{cases} ma_x = \sum_i F_{ix}, \\ ma_y = \sum_i F_{iy}, \\ ma_z = \sum_i F_{iz}. \end{cases}$$

Законы динамики – это три закона Ньютона и законы, описывающие индивидуальные свойства сил.

В данной лабораторной работе изучается поступательное движение тела по прямой под действием постоянной силы \vec{F} . Для проверки выполнения второго закона Ньютона при движении центра масс тела нужно убедиться, что:

- под действием постоянной силы центр масс тела движется равноускоренно;
- ускорение центра масс обратно пропорционально массе тела;
- ускорение центра масс тела прямо пропорционально силе.

Для реализации этих измерений принципиально важно устранить действие на тело всех других сил (в первую очередь – силы трения) кроме одной известной силы \vec{F} . Для этой цели оптимально использовать воздушную подушку, которая создается при нагнетании воздуха между телом и поверхностью, которая разрывает контакт между ними. В этом случае отсутствует сила сухого трения между телом и опорой, но остается сила вязкого трения, которая очень мала ввиду малости коэффициента вязкости воздуха. Отличительной особенностью вязкого трения является отсутствие трения покоя, поэтому тело приводится в движение любой, даже малой силой.

3. Экспериментальная установка

Принципиальная схема установки представлена на рис. 16.1.

Запишем уравнения движения, считая, что нить и блок невесомы, а трения нет:

для тела 1: $(m_0 + m)a_{1x} = F$;

для тела 2: $\Delta m a_{2y} = \Delta m g - F$;

Кинематическая связь: $a_{1x} = a_{2y} = a$

(следствие нерастяжимости нити).

Решение системы уравнений дает:

$$a = \frac{\Delta m}{m_0 + m + \Delta m} g, \tag{16.1}$$

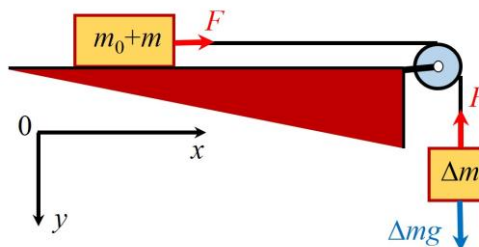


Рис. 16.1. Схема установки ($\Delta m \ll m_0, m$).

$$F = \frac{\Delta m(m_0 + m)}{m_0 + m + \Delta m} g = \Delta m(g - a). \quad (16.2)$$

В процессе выполнения работы можно варьировать массы m и Δm .

Экспериментальная установка

Общий вид скамьи с воздушной подушкой показан на рис. 16.2, а её поперечное сечение схематически представлено на рис. 16.3. Скамья представляет собой длинную трубу 1 квадратного сечения с одним глухим концом и с большим числом малых отверстий 2 по всей длине, через которые выходит воздух, нагнетаемый компрессором с другого конца.



Рис. 16.2. Общий вид воздушной скамьи (показано две каретки).

По скамье может скользить каретка 3, опирающаяся на скамью двумя опорными поверхностями. На каретке имеются штырьки 4 для установки на ней цилиндрических грузов 5. При нагнетании воздуха между этими поверхностями и скамьей возникает воздушная подушка. В каретке имеются отверстия, предназначенные для крепления на ней дополнительных элементов – крючка для тяговой нити, флажка для фотодатчика и др. Труба закреплена на опорном U-образном элементе 6, который в свою очередь опирается на подставку 7 с регулируемыми по высоте ножками (для точной установки скамьи по горизонтали).

Вид скамьи сбоку показан на рис. 16.4. К левому торцу скамьи подключена труба 1 от воздушного компрессора. На конце трубы закреплен электромагнит 2 (служит для фиксации каретки 5 перед началом движения), который управляется кнопкой 3 на пульте коммутации 4. На каретке закреплены железный сердечник 6, обеспечивающий её притяжение к магниту, и с противоположной стороны – крючок 7 для присоединения тонкой нити 8. На правом конце скамьи нить перекинута через блок 9. К петле на её конце подвешиваются грузы в виде крючков 10.

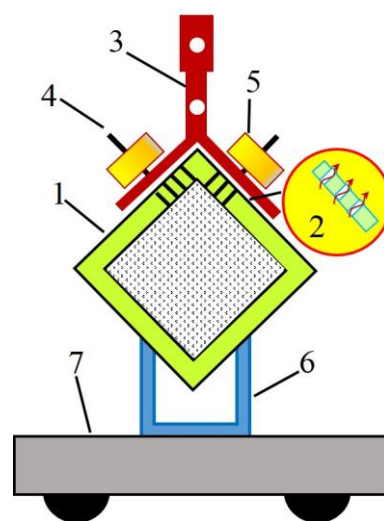


Рис. 16.3. Поперечное сечение воздушной скамьи.

Система приводится в движение в результате

натяжения нити, обусловленного действием на грузы силы тяжести.

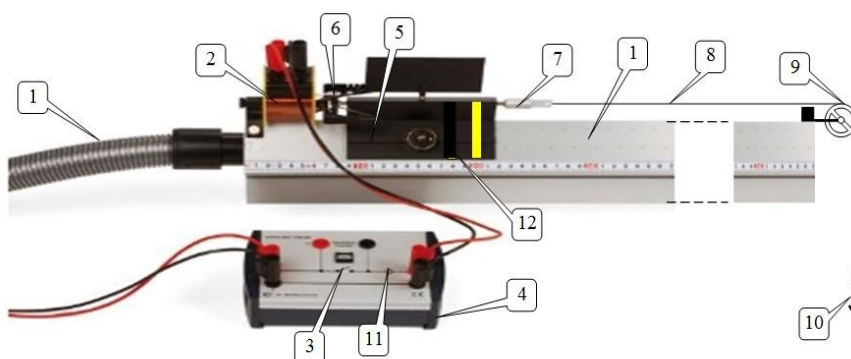


Рис. 16.4. Воздушная скамья (вид сбоку) и пульт коммутации для пуска каретки.

Для измерения времени прохождения кареткой заданного расстояния используется цифровой таймер^{*)}, который запускается в момент отрыва каретки от магнита при нажатии пусковой кнопки 3 на пульте и останавливается сигналом от фотодатчика, когда его пересекает флажок, горизонтально установленный на каретке. Положение каретки определяется по переднему в направлении движения краю этого флажка и отсчитывается по шкале, расположенной вдоль скамьи. Поскольку флажок находится далеко от шкалы, на боковой части каретки вблизи шкалы приклеена индикаторная полоса 12, правый край которой совпадает с передним краем флажка и используется для определения координаты каретки.

Начальное (левое) положение каретки на скамье фиксируется магнитом и не регулируется. Конец измеряемого пути определяется координатой фотодатчика. Так как высота опускания груза ограничена высотой стола над полом, рабочая часть скамьи меньше её полной длины и ограничена справа мягкой амортизирующей накладкой.

В комплект задачи также входят: настольный компрессор для подачи сжатого воздуха и источник постоянного тока для питания пускового магнита (рис. 16.5). На рабочем месте имеются 4 цилиндрических груза (5 на рис. 16.3) по 50,0 граммов каждый для установки на каретку, и 5 крючков массой 2,1 грамма каждый для подвешивания на нить (10 на рис. 16.4).

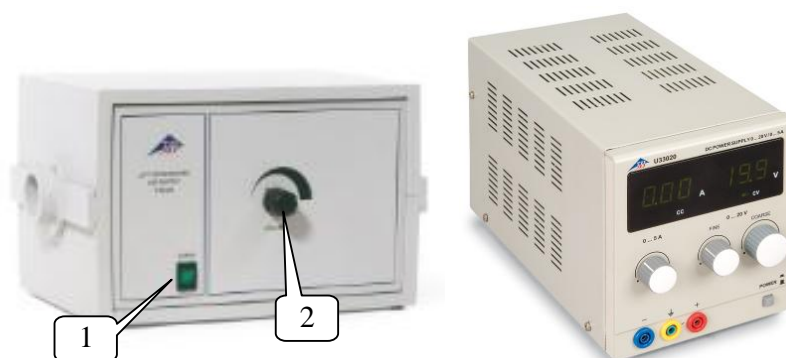


Рис. 16.5. Настольный компрессор (слева) и источник постоянного тока (справа).

^{*)} Описание управления цифровым таймером описано в *Приложении 1*.

4. Порядок проведения работы

Все электрические соединения на установке выполнены заранее, поэтому установка полностью готова к работе.

Перед началом работы следует убедиться, что включены таймер (светится его индикатор) и источник постоянного тока (показывает напряжение 6 В). Ручку 15 выбора режима работы таймера (см. *Приложение 1*) установить в одно из трех положений, соответствующих измерению интервалов времени (значок Δt_{AB}), при котором загорится индикаторный светодиод «ms» в группе светодиодов 5, и на индикаторе 6 появится знак десятичной запятой, определяющий десятые доли миллисекунды. Этот режим обеспечит максимальную для данного прибора точность измерения интервалов времени.

Передвиньте каретку влево до упора и запишите значение координаты x_0 по шкале, совпадающей с правым краем индикаторной полосы на каретке. Эта координата будет началом отсчёта перемещения каретки во всех упражнениях. Фотодатчик установите у противоположного конца скамьи в положение $x + s$, где s – расстояние, которое проходит каретка до фотодатчика. Положение датчика определяется по положению его центра, где расположено отверстие фотодиода.

Параметры установки:

Начальная координата $x_0 = \dots$

Массы грузов и деталей установки:

каретка с установленными элементами:	$m_0 = (214,2 \pm 0,1) \text{ г};$
грузы для установки на каретку:	$m = (50,0 \pm 0,1) \text{ г} \quad - 4 \text{ шт.};$
грузы для подвески на нить (крючки)	$\Delta m = (2,1 \pm 0,1) \text{ г} \quad - 5 \text{ шт.}$

Упражнение 1. Проверка постоянства ускорения тела при его движении под действием постоянной силы

Измерения

1. Если тело движется с постоянным ускорением из состояния покоя, то расстояние, которое оно проходит равно, как известно из кинематики, $s = \frac{at^2}{2}$. Чтобы экспериментально проверить это соотношение, нужно экспериментально измерить время τ прохождения кареткой ряда заданных расстояний и убедиться, что перемещение будет пропорционально квадрату времени.

2. Установите на каретку два груза (общей массой 100 г) и подвесьте на нить все 5 крючков (суммарной массой 10,5 г).

3. Установите фотодатчик в положение, при котором $s = 100$ мм, а начальная координата $x_0 = 185$ мм.

4. Включите компрессор кнопкой 1 (см. рис. 1.6). Ручка регулятора мощности 2 должна находиться в положении, соответствующем приблизительно 2/3 от максимального положения (направление риски на ручке соответствует 3 часам на циферблате). Передвинув

каретку по скамье, убедитесь, что она легко скользит и без помех проходит мимо фотодатчика, а флажок на каретке перекрывает переднюю часть датчика.

5. Передвинув каретку к магниту, нажмите кнопку 3 на пульте и убедитесь, что каретка удерживается электромагнитом и горит лампочка 11 (см. рис. 1.5). Нажмите кнопку «Reset» на таймере, при этом на индикаторе должны появиться нулевые показания. Установка готова к работе.

6. Нажмите кнопку 3 на пульте; лампочка 11 погаснет, электромагнит отключится, каретка придет в движение, и таймер начнет отсчёт времени. После прохождения каретки мимо фотодатчика таймер покажет время t_i прохождения заданного пути. Запишите s и t_i в табл. 16.1.

После остановки каретки на упоре в конце скамьи снова передвиньте её к магниту и нажмите кнопку на пульте для включения магнита, а затем кнопку «Reset» на таймере. Установка готова к повторному пуску. Проведите измерение времени прохождения каретки еще дважды. Результаты запишите в табл. 16.1.

Экспериментальные данные **Таблица 16.1**

x	$s = x - x_0$	τ_i ,	$\langle \tau_k \rangle$,	$\Delta \tau_i$,	$\langle \tau_k \rangle^2$	$\Delta \langle \tau_k \rangle^2$
мм	мм	с	с	с	с ²	с ²
...						

7. Увеличьте длину пути на 100 мм и проведите измерения τ трижды. Результаты запишите в табл. 16.1.

8. Последовательно увеличивая путь на 100 мм (в интервале до 800 мм) проведите измерения τ в соответствии с пп. 5 и 6. Результаты запишите в табл. 16.1.

Обработка результатов

1. По экспериментальным данным вычислить средние значения времени τ_k для каждого расстояния s_k . В каждом случае оцените погрешность измерений для $\Delta \tau_k$.

2. Оцените общую погрешность эксперимента $\Delta \tau^{изм} + \Delta \tau^{пр}$, где $\Delta \tau^{пр}$ – приборная погрешность таймера. При отсутствии заводского описания погрешность цифровых приборов можно приближенно оценить в 2-3 единицы младшего разряда индикатора. В нашем случае это 0,2 мс.

Результаты пп. 1–3 запишите в табл. 16.1.

3. Вычислите $\langle \tau_k \rangle^2$ и погрешности определения этих величин, как погрешность косвенных измерений.

Результаты запишите в табл. 16.1.

4. Постройте график^{*)} зависимости $t^2(s)$. По наклону экспериментальной кривой определите коэффициент A для линейной аппроксимации зависимости $t^2 = A \cdot s$ и его погрешность.

5. Используя рассчитанный коэффициент A найдите ускорение $a = 2/A$ и запишите результат эксперимента в стандартном виде.

6. Рассчитайте также значение ускорение, исходя из теоретического равенства (16.1), оцените его погрешность и сравните с полученным экспериментально. Ускорение свободного падения на широте Москвы считайте равным $g = 9,8155 \text{ м/с}^2$.

Упражнение 2. Исследование зависимости ускорения тела от его массы

В данном упражнении сила, вызывающая ускорение, постоянна, а полная масса M каретки меняется путем навешивания на нее дополнительных грузов.

Измерения

1. Установите фотодатчик в положение, соответствующее максимальному значению $s = 800 \text{ мм}$. Оставьте на нити груз из 5 крючков. Снимите с каретки все грузы.

Экспериментальные данные Таблица 16.2

k	Масса грузов на каретке	τ_i ,	$\langle \tau_k \rangle$,	$\Delta \tau_i$,	$\langle \tau_k \rangle^2$	$\Delta \langle \tau_k \rangle^2$
	z	с	с	с	с ²	с ²
1	0					
2	50					

2. Измерьте время прохождения расстояния s (см. [упр. 1](#)) три раза для пустой каретки без грузов. Результаты запишите в табл. 16.2.

3. Повторите измерения в соответствии с п. 2 ещё 4 раза, каждый раз добавляя по два груза массой 50 г (до максимальной нагрузки $m = 200 \text{ г}$). Результаты запишите в табл. 16.2.

Обработка результатов

^{*)} Правила графического оформления результатов эксперимента представлены в пособии по погрешностям.

Как видно из равенства (16.1), при постоянной приложенной силе произведение полной массы системы $M = m_0 + m + \Delta m$ на ускорение a не должно зависеть от этой массы и равно приложенной внешней силе (силе тяжести, действующей на груз Δm):

$$Ma = (m_0 + m + \Delta m)a = \Delta mg = const .$$

1. Чтобы найти ускорения, для каждого значения массы M вычислите следующие характеристики: $\langle \tau_k \rangle$, $\Delta \tau_i$, $\langle \tau_k \rangle^2$, $\Delta \langle \tau_k \rangle^2$ (как в *упр. 1*), а затем найдите ускорение, исходя из кинематического равенства $a = \frac{2s}{\langle \tau \rangle^2}$ и произведение $y = Ma$.

2. Постройте график зависимости величины $y = f(M)$. Убедитесь, что экспериментальные точки лежат вблизи горизонтальной прямой.

3. Рассчитайте среднее значение $\langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$ и оцените погрешность Δy по разбросу значений y относительно среднего значения $\langle y \rangle$.

4. Сравните $\langle y \rangle \pm \Delta y$ со значением приложенной силы Δmg . Сформулируйте и запишите выводы по данному упражнению.

Упражнение 3. Получение зависимости ускорения каретки от приложенной силы

В данном упражнении масса каретки неизменна, но меняется приложенная сила (определяется весом подвешенного на нити груза).

Измерения

Приложенная сила определяется весом подвешенного груза. Оставьте фотодатчик на том же максимальном расстоянии $s = 800$ мм. Установите на каретку все четыре цилиндрических груза общей массой 200 г.

1. Подвесьте на нити один крючок ($\Delta m = 2,1$ г). Измерьте 3 раза время прохождения кареткой расстояния s . Затем повторите измерения, добавляя каждый раз по 1 крючку до 5 штук ($\Delta m = 10,5$ г). Результаты запишите в табл. 16.3.

Экспериментальные данные Таблица 16.3

k	Δm ,	τ_i ,	$\langle \tau_k \rangle$,	$\Delta \tau_i$,	$\langle \tau_k \rangle^2$,	$\Delta \langle \tau_k \rangle^2$,	a_k ,
	г	с	с	с	с ²	с ²	м/с ²
1	2,1						
2	4,2						

k	Δm ,	τ_i ,	$\langle \tau_k \rangle$,	$\Delta \tau_i$,	$\langle \tau_k \rangle^2$,	$\Delta \langle \tau_k \rangle^2$,	a_k ,
	г	с	с	с	с ²	с ²	м/с ²
...							
5	10,5						

Обработка результатов

В условиях проводимого эксперимента масса подвешенного груза мала по сравнению с другими массами: $\Delta m \ll m_0 + m$, поэтому из (16.1) и (16.2) получаем следующие приближения:

$$a \approx \frac{\Delta mg}{m_0 + m} = \frac{F}{m_0 + m}, \quad F \approx \Delta mg. \quad (16.3)$$

Таким образом, хотя каретка ускоряется силой натяжения нити F , однако её величина в данном случае практически совпадает с величиной силы тяжести Δmg , действующей на подвешенный груз. Как видно из (1.3), при таком приближении относительная ошибка будет равна

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta m}{m_0 + m}$$

и в зависимости от величины Δm составляет 0,5 – 2,5%, т.е. не превышает 2,5%.

Таким образом, ускорение каретки должно линейно зависеть от действующей силы F , т.е. быть пропорциональным Δm с коэффициентом пропорциональности

$$A_{\text{теор}} = \frac{g}{m_0 + m}.$$

1. Вычислите значения: $\langle \tau_k \rangle$, $\Delta \tau_i$, $\langle \tau_k \rangle^2$ и $\Delta \langle \tau_k \rangle^2$ (как в *упр. 1*).

2. Вычислите ускорения, исходя из кинематического равенства $a = \frac{2s}{\langle \tau \rangle^2}$ и

соответствующие погрешности по формулам косвенных измерений. Результаты пп. 1 и 2 запишите в табл. 16.3.

3. Постройте график зависимости a от Δm . Определите из этого графика коэффициент $A_{\text{эксп}}$ в равенстве $a = A_{\text{эксп}} \cdot \Delta m$ и оцените погрешность значения $A_{\text{эксп}}$. Помимо разброса положений экспериментальных точек, при расчёте, используйте и найденные погрешности.

4. Вычислите $A_{\text{теор}}$ и соответствующую погрешность (по формулам для косвенных измерений).

5. Сравните значения $A_{\text{эксп}}$ и $A_{\text{теор}}$.

5. Основные итоги работы

В результате выполнения работы должен быть получен ответ на вопрос: является ли движение тела под действием постоянной силы равноускоренным, а ускорение – пропорциональным приложенной силе.

6. Контрольные вопросы

1. Что такое материальная точка, система отсчёта, траектория, перемещение, путь?
2. Что такое инерциальные системы отсчёта? Сформулируйте первый закон Ньютона.
3. Что такое закон движения?
4. Что такое масса? Как её измерить?
5. Сформулируйте второй закон Ньютона.
6. Сформулируйте третий закон Ньютона.
7. Напишите уравнение движения для тележки, соединенной с грузом нитью, перекинутой через блок.
8. Напишите закон движения для тележки.
9. Что такое скорость и ускорение тела?
10. Что такое средняя скорость, мгновенная скорость?
11. Опишите устройство лабораторной установки.
12. Расскажите о порядке выполнения лабораторной работы и проведении измерений.